

## **Dokumenty EA**

### **EA - Evropská spolupráce pro akreditaci**

---

#### **Číslo publikace: EA 4/02**

#### **Vyjadřování nejistot měření při kalibracích**

##### **Účel**

Účelem tohoto dokumentu je harmonizovat stanovování nejistoty měření v rámci EA a v návaznosti na obecné požadavky EAL-R1 definovat specifické požadavky na vyjadřování nejistoty měření na kalibračních listech vydávaných akreditovanými laboratořemi. Současně má dokument sloužit akreditačním orgánům jako pomůcka pro jednotné určování nejlepší měřicí schopnosti jimi akreditovaných kalibračních laboratoří. Vzhledem k tomu, že pravidla obsažená v tomto dokumentu jsou v souladu s doporučeními materiálu *Guide to the Expression of Uncertainty of Measurement* publikovaným sedmi mezinárodními organizacemi působícími v oblasti standardizace a metrologie, posílí implementace EA-4/02 také globální přijímání výsledků měření dosažených evropskými laboratořemi.

Tento dokument nesmí být dále rozšiřován.

---

březen 2000

***Autorství***

Tento dokument byl zpracován pracovní skupinou EAL pro revizi dokumentu WECC Doc. 19-1990 v zastoupení EAL Committee 2 (kalibrace a zkoušení) a představuje úplnou revizi dokumentu WECC Doc. 19-1990, který nahrazuje.

***Úřední jazyk***

Text může být překládán do dalších jazyků podle potřeby. Verze v angličtině zůstává verzí směřovací.

***Copyright***

Autorské právo k tomuto textu přísluší EA. Z textu nesmí být pořizovány kopie za účelem dalšího prodeje.

***Další informace***

Další informace o této publikaci získáte u vašich národních zástupců v EA. Seznam členů EA naleznete na Internetové adrese: [www.european-accreditation.org](http://www.european-accreditation.org)

**Český institut pro akreditaci, o.p.s.**  
**Opletalova 41, Praha 1, PSČ 110 00**  
**Telefon: 221 004501**  
**Fax: 221004408**  
**E-mail: [mail@cai.cz](mailto:mail@cai.cz)**

**OBSAH**

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>ÚVOD .....</b>  | <b>3</b>  |
| <b>2</b> | <b>ZÁSADY A DEFINICE .....</b>   | <b>4</b>  |
| <b>3</b> | <b>STANOVENÍ NEJISTOT MĚŘENÍ PRO ODHADY HODNOT VSTUPNÍCH<br/>VELIČIN .....</b> | <b>5</b>  |
| <b>4</b> | <b>VÝPOČET STANDARDNÍ NEJISTOTY ODHADU HODNOTY VÝSTUPNÍ<br/>VELIČINY .....</b> | <b>8</b>  |
| <b>5</b> | <b>ROZŠÍŘENÁ NEJISTOTA MĚŘENÍ.....</b>   | <b>11</b> |
| <b>6</b> | <b>VYJADŘOVÁNÍ NEJISTOTY MĚŘENÍ V KALIBRAČNÍCH LISTECH.....</b>                | <b>12</b> |
| <b>7</b> | <b>PODROBNÝ POSTUP PRO VÝPOČET NEJISTOTY MĚŘENÍ.....</b>                       | <b>12</b> |
| <b>8</b> | <b>LITERATURA.....</b>   | <b>13</b> |
|          | <b>PŘÍLOHA A .....</b>   | <b>14</b> |
|          | <b>PŘÍLOHA B .....</b>   | <b>16</b> |
|          | <b>PŘÍLOHA C .....</b>   | <b>18</b> |
|          | <b>PŘÍLOHA D .....</b>   | <b>19</b> |
|          | <b>PŘÍLOHA E .....</b>   | <b>22</b> |
|          | <b>DOPLŇEK 1 .....</b>   | <b>23</b> |
|          | <b>DOPLŇEK 2 .....</b>   | <b>49</b> |

## 1 ÚVOD

**1.1** Tento dokument stanovuje principy a požadavky na stanovování nejistoty měření při kalibracích a pro její uvádění v kalibračních listech. Dokument je zpracován na obecné úrovni tak, aby vyhovoval pro všechny oblasti kalibrací. Pro snazší použití tohoto dokumentu v jednotlivých oborech měření může být nutné tento obecný návod doplnit o další doplňující postupy respektující specifika jednotlivých oborů měření. Pro zajištění harmonizace mezi jednotlivými obory musí být při vytváření těchto doplňujících postupů vždy dodržovány základní principy uvedené v tomto dokumentu.

**1.2** Dokument je v souladu s *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, poprvé publikovaným v roce 1993 jménem BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP a OIML (viz [1]). Zatímco výše uvedený dokument [1] definuje základní pravidla pro stanovování a vyjadřování nejistot měření, která mohou být použita ve většině oborů fyzikálních měření, soustřeďuje se tento dokument na postupy, které jsou nejvhodnější pro měření v kalibračních laboratořích a popisuje jednoznačný a harmonizovaný postup vyjadřování a uvádění nejistoty měření. Dokument zahrnuje následující oblasti:

- základní definice pro účely dokumentu,
- metody pro stanovování nejistot měření odhadů hodnot vstupních veličin,
- vztah mezi nejistotou měření odhadu hodnoty výstupní veličiny a mezi nejistotami měření odhadů hodnot vstupních veličin,
- rozšířenou nejistotu měření odhadu hodnoty výstupní veličiny,
- vyjádření nejistoty měření,
- postup pro výpočet nejistoty měření.

Pro specifické případy v jednotlivých oborech měření budou publikovány v dodatcích tohoto dokumentu příklady demonstrující použití principů uvedených v tomto dokumentu. Stanovováním nejistot měření se zabývá několik dalších EAL dokumentů, které slouží jako metodiky pro kalibrační metody. Některé z těchto dokumentů obsahují konkrétní zpracované příklady pro stanovování nejistot měření.

**1.3** **Nejlepší měřící schopnost** (vždy vztažená k určité veličině) je v rámci EAL definovaná jako nejmenší nejistota, které může v rámci akreditace laboratoř dosahovat při provádění více či méně rutinních kalibrací téměř ideálních měřících etalonů s cílem definovat, realizovat, uchovat či reprodukovat jednu či více jednotek dané veličiny, nebo při více či méně rutinně prováděných kalibracích téměř ideálních měřících zařízení určených pro měření dané veličiny. Posouzení nejlepší měřící schopnosti akreditované kalibrační laboratoře musí být založeno na postupu uvedeném v tomto dokumentu, ale současně musí být standardně podpořeno či potvrzeno experimentálním důkazem. Podrobnější vysvětlení, které má sloužit jako pomůcka akreditačním orgánům při posuzování nejlepší měřící schopnosti, je uvedeno v příloze A.

## 2 ZÁSADY A DEFINICE

Poznámka: Termíny, které mají speciální význam pro obsah základního textu, jsou v dokumentu při prvním výskytu zvýrazněny tučným písmem. Příloha B obsahuje přehled těchto termínů spolu s odkazy na dokument, z kterého jsou definice převzaty.

- 2.1** Vyjádření výsledku měření je úplné pouze tehdy, pokud obsahuje jak vlastní hodnotu měřené veličiny, tak i nejistotu měření patřící k této hodnotě. V tomto dokumentu jsou všechny veličiny, které nejsou exaktně známé, chápány jako **náhodné veličiny**. Toto se týká i "ovlivňujících" veličin, které mohou mít vliv na naměřenou hodnotu.
- 2.2** **Nejistota měření** je parametr přidružený k výsledku měření, který charakterizuje rozptýlení hodnot, které by mohly být důvodně přisuzovány k měřené veličině [2]. Tam, kde nehrozí nebezpečí nedorozumění, je v tomto dokumentu pro nejistotu měření používán zkrácený termín nejistota. Typické zdroje nejistot při měření jsou uvedeny v příloze C.
- 2.3** Jako **měřené veličiny** jsou označovány ty blíže určené veličiny, které jsou předmětem měření. Při kalibracích se obvykle pracuje pouze s jednou měřenou veličinou, resp. jednou **výstupní veličinou**  $Y$  závislou na určitém počtu **vstupních veličin**  $X_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) dle funkční závislosti:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (2.1)$$

Funkce  $f$  reprezentuje postup měření a metodu stanovení a popisuje, jak jsou hodnoty výstupní veličiny  $Y$  stanovovány z hodnot vstupních veličin  $X_i$ . Ve většině případů se bude jednat o analytickou funkci. Může se ale jednat i o skupinu funkcí zahrnující korekce a korekční faktory systematických vlivů, a tím o komplikovanější vztah mezi výstupní veličinou a vstupními veličinami, který není zapsán jako jedna explicitní funkce. Dále může být funkce  $f$  určena experimentálně nebo může existovat pouze v podobě numericky vyhodnocovaného počítačového algoritmu nebo se může jednat o kombinaci všech výše uvedených možností.

- 2.4** Množinu vstupních veličin  $X_i$  lze rozdělit do dvou základních kategorií dle způsobu, jakým byla stanovena jejich hodnota a nejistota s touto hodnotou spojená:
- (a) veličiny, u nichž byl odhad a s ním spojená nejistota přímo stanoven na základě provedení měření. Tyto hodnoty mohou být stanoveny např. na základě jednoho pozorování (měření), opakovaného pozorování nebo odborného úsudku na základě zkušenosti. Dále mohou zahrnovat jak korekce na odečítání přístroje, tak korekce na ovlivňující veličiny jako jsou teplota prostředí, atmosférický tlak nebo vlhkost;
  - (b) veličiny, u nichž byl pro dané měření odhad hodnoty a s ním spojená nejistota převzat z externích zdrojů, jako je tomu v případě veličin vztahujících se ke kalibrovaným měřícím etalonům, certifikovaným referenčním materiálům nebo referenčním údajům převzatým z příruček.

- 2.5** Odhad hodnoty měřené veličiny  $Y$ , tj. **odhad hodnoty výstupní veličiny** označený jako  $y$ , se stanoví dle vztahu (2.1) po dosazení **odhadů  $x_j$  za hodnoty vstupních veličin  $X_j$**  ( $i=1, 2, \dots, N$ ):

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2.2)$$

Zároveň se předpokládá, že odhady hodnot vstupních veličin jsou nejlepšími odhady, které byly korigovány o všechny vlivy významné pro model měření. Pokud tomu tak není, musí se do modelu zavést nezbytné korekce v podobě samostatných vstupních veličin.

- 2.6** Pro vyjádření míry rozptýlení hodnot náhodné veličiny se používá **rozptyl** jejího rozdělení hodnot, resp. jeho kladná druhá odmocnina, označovaná jako **směrodatná odchylka**. **Standardní nejistotou měření  $u(y)$** , vztahující se k odhadu hodnoty výsledné veličiny nebo výsledku měření  $y$ , je směrodatná odchylka měřené veličiny  $Y$ . Tato hodnota se stanoví z odhadů  $x_j$  hodnot vstupních veličin  $X_j$  a jim příslušejících nejistot  $u(x_j)$ . Standardní nejistota náležící určitému odhadu hodnoty veličiny má stejný rozměr jako tento odhad. V některých případech může být vhodné vyjadřovat nejistotu jako **relativní nejistotu měření**, což je standardní nejistota měření vztahující se k odhadu hodnoty příslušné veličiny dělená absolutní hodnotou tohoto odhadu. Vzhledem k tomuto způsobu stanovení je relativní nejistota měření bezrozměrnou veličinou. Tento způsob vyjádření však nelze použít v případech, kdy je odhad hodnoty určité veličiny roven nule.

### 3 STANOVENÍ NEJISTOT MĚŘENÍ PRO ODHADY HODNOT VSTUPNÍCH VELIČIN

#### 3.1 Základní východiska

- 3.1.1** Nejistota měření vztahující se k odhadu hodnot vstupních veličin se stanoví buď postupem pro stanovení nejistoty typu A nebo postupem pro stanovení nejistoty typu B. **Postup pro stanovení nejistoty typu A** je založen na stanovení nejistoty statistickou analýzou série pozorování. V tomto případě je standardní nejistota výběrovou směrodatnou odchylkou průměru vycházející z výpočtu nebo příslušné regresní analýzy. **Postup pro stanovení standardní nejistoty typu B** je založen na stanovení nejistoty jiným způsobem než statistickým vyhodnocením série pozorování. V tomto případě vychází stanovení standardní nejistoty z nějaké jiné odborné znalosti.

Poznámka: V některých případech (se kterými se lze při kalibracích setkat zřídka) leží všechny možné hodnoty určité veličiny na jedné straně od určité mezní hodnoty. Známým případem je tzv. "kosinová chyba". Způsob řešení takovýchto případů je uveden v [1].

#### 3.2 Stanovení nejistoty typu A

- 3.2.1** Postup pro stanovení nejistoty typu A lze použít tehdy, pokud bylo za stejných podmínek provedeno několik nezávislých pozorování vstupních veličin. Pokud je měření prováděno s dostatečným rozlišením, bude pozorovatelné rozptýlení získaných hodnot.

**3.2.2** Označme opakovaně měřenou vstupní veličinu  $X_i$  jako veličinu  $Q$ . Odhad  $q$  hodnoty veličiny  $Q$ , na základě  $n$  statisticky nezávislých pozorování ( $n > 1$ ), je dán aritmetickým průměrem individuálních napozorovaných hodnot  $q_j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ )

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (3.1)$$

Nejistota měření spojená s odhadem  $q$  se stanoví jedním z následujících postupů:

- (a) Odhad rozptylu pravděpodobnostního rozdělení hodnot je **výběrový rozptyl**  $s^2(q)$  hodnot  $q_j$ , který je stanoven dle vztahu:

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum (q_j - \bar{q})^2 \quad (3.2)$$

Kladná odmocnina takto stanoveného rozptylu je označována jako **výběrová směrodatná odchylka**. Nejlepší odhad rozptylu aritmetického průměru  $q$  je výběrový rozptyl aritmetického průměru stanovený dle vztahu:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \quad (3.3)$$

Jeho (kladná) druhá odmocnina je pak označována jako **výběrová směrodatná odchylka průměru**. Standardní nejistota  $u(q)$  odhadu  $q$  je pak rovna výše uvedené experimentální směrodatné odchylce průměru:

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \quad (3.4)$$

Pozor: Obecně platí, že pokud je počet opakovaných měření  $n$  malý ( $n < 10$ ), musí být zvážena spolehlivost odhadu standardní nejistoty typu A stanovené dle vztahu (3.4). Pokud nemůže být počet pozorování zvýšen, je třeba pro stanovení standardní nejistoty zvážit použití dalších možností uvedených v tomto textu.

- (b) Pro měření, která jsou dobře popsána a statisticky vyhodnocována, může být k dispozici odhad rozptylu  $s_p^2$  z velkého počtu měření lépe charakterizující rozptýlení hodnot než odhad standardní odchylky stanovený z omezeného počtu pozorování. Pokud je v takovémto případě hodnota vstupní veličiny  $Q$  určena jako aritmetický průměr  $q$  malého počtu  $n$  nezávislých pozorování, lze odhad rozptylu aritmetického průměru stanovit dle vztahu:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{S_p^2}{n} \quad (3.5)$$

Standardní nejistota je pak z této hodnoty odvozena dle vztahu (3.4).

### 3.3 Stanovení nejistoty typu B

**3.3.1** Postup pro stanovení standardní nejistoty typu B je založen na stanovení nejistoty vztahující se k odhadu  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$  jiným způsobem než statistickou analýzou série pozorování. Příslušná standardní nejistota  $u(x_i)$  je určena odborným úsudkem na základě všech dostupných informací o možné variabilitě veličiny  $X_i$ . Nejistoty náležící do této kategorie mohou být odvozeny na základě:

- údajů z dříve provedených měření,
- zkušenosti s chováním a vlastnostmi příslušných materiálů a zařízení nebo jejich obecné znalosti,
- údajů výrobce,
- údajů uváděných v kalibračních listech nebo jiných certifikátech,
- nejistot referenčních údajů převzatých z příruček.

**3.3.1** Náležitě použití všech relevantních informací pro stanovení nejistoty typu B vyžaduje důkladné pochopení problematiky vycházející ze zkušenosti a obecné znalosti. Jedná se tedy o odbornost, které lze dosáhnout praxí. Správné použití postupu pro stanovení standardní nejistoty typu B může vést k hodnotě nejistoty stejně spolehlivé jako v případě užití postupu pro stanovení nejistoty typu A, a to zejména v případech, kdy je nejistota typu A stanovena z relativně malého počtu statisticky nezávislých pozorování. Musí být rozlišovány následující případy:

- (a) Pokud je pro veličinu  $X_i$  známá pouze **jedna hodnota**, jako např. jedna naměřená hodnota, výsledná hodnota z předchozích měření, referenční hodnota z literatury nebo korekční hodnota, použije se tato hodnota za odhad  $x_i$ . Standardní nejistota  $u(x_i)$  náležící k této hodnotě musí být převzata ze stejného zdroje. Není-li to možné, musí být nejistota spočtena z důvěryhodných údajů. Pokud data tohoto charakteru nejsou k dispozici, musí být nejistota odhadnuta na základě zkušenosti.
- (b) Pokud lze na základě teorie nebo zkušenosti předpokládat pro veličinu  $X_i$  určité **pravděpodobnostní rozdělení**, je třeba použít za odhad  $x_i$  příslušnou očekávanou hodnotu a za příslušnou standardní nejistotu  $u(x_i)$  odmocninu rozptylu tohoto rozdělení.
- (c) Pokud lze pro hodnoty veličiny  $X_i$  odhadnout pouze **horní a dolní limit**  $a_+$  a  $a_-$  (např. údaj výrobce pro měřící zařízení, rozmezí teplot, zaokrouhlovací chyby nebo chyby vznikající zkracováním při automatické redukci dat), je třeba použít pro popis její variability rovnoměrného rozdělení. Dle výše uvedeného případu (b) to vede na vztah:

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \quad (3.6)$$

pro odhad hodnoty  $a$  na vztah:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2 \quad (3.7)$$



pro druhou mocninu standardní nejistoty. Pokud rozdíl mezi limitními hodnotami označíme jako  $2a$ , lze vztah (3.7) upravit na tvar:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \quad (3.8)$$

Použití rovnoměrného rozdělení představuje přiměřené statistické vyjádření nedostatečné znalosti vstupní veličiny  $X_i$ , pokud o ní nejsou známy jiné informace, než jsou limity její variability. Pokud ale víme, že pravděpodobnost výskytu hodnot v okolí středu intervalu hodnot je vyšší než pravděpodobnost výskytu hodnot v krajích intervalu, může být vhodnější použití trojúhelníkového nebo normálního rozdělení. Naopak, pokud je výskyt hodnot v krajích intervalu pravděpodobnější než ve středu intervalu, může být vhodnější použití U rozdělení.

## 4 VÝPOČET STANDARDNÍ NEJISTOTY ODHADU HODNOTY VÝSTUPNÍ VELIČINY

**4.1** Pro nekorelované vstupní veličiny je druhá mocnina standardní nejistoty odhadu  $y$  hodnoty výstupní veličiny definována vztahem:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (4.1)$$

Poznámka: V některých případech, které se při kalibraci objevují zřídka, kdy funkce  $f$  je silně nelineární nebo některé z koeficientů citlivosti (viz vztah 4.2 a 4.3) jsou nulové, je nutné do vztahu (4.1) zahrnout i členy vyšších řádů. Způsob řešení takovýchto případů je uveden v [1].

Veličina  $u_i(y)$  ( $i=1,2, \dots, N$ ) je příspěvkem ke standardní nejistotě odhadu  $y$  výstupní veličiny vyplývající ze standardní nejistoty odhadu  $x_i$  vstupní veličiny:

$$u_i(y) = c_i \cdot u(x_i) \quad (4.2)$$

,kde  $c_i$  je **koeficient citlivosti** odpovídající odhadu hodnoty  $x_i$  vstupní veličiny, tj. hodnota parciální derivace funkce  $f$  dle vstupní veličiny  $X_i$  pro odhad její hodnoty  $x_i$ :

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{X_j=x_j, \dots, X_N=x_N} \quad (4.3)$$

**4.2** Koeficient citlivosti  $c_i$  popisuje, do jaké míry je odhad výstupní hodnoty  $y$  ovlivňován změnami v odhadu  $x_i$  vstupní veličiny  $X_i$ . Jeho hodnota může být stanovena z rovnice funkce  $f$  dle vztahu (4.3) nebo pomocí numerických metod, tj. výpočtem změny hodnoty odhadu  $y$  výstupní veličiny vzhledem ke změně odhadu  $x_i$  vstupní veličiny  $x_i$

rozmezí  $+u(x_i)$  a  $-u(x_i)$ . Jako hodnota koeficientu  $c_i$  se vezme výsledná změna v hodnotě  $y$  dělená  $2u(x_i)$ . V některých případech může být vhodnější nalézt změnu hodnoty  $y$  experimentálně opakováním měření např. v rozsahu  $x_i \pm u(x_i)$ .

**4.3** I když je  $u(x_i)$  vždy kladné, příspěvek  $u_i(y)$  dle vztahu (4.2) může být podle znaménka koeficientu citlivosti  $c_i$  kladný nebo záporný. Znaménko  $u_i(y)$  je třeba vzít v úvahu případě korelovaných vstupních veličin - viz vztah (D4) v příloze D.

**4.4** Pokud je funkce  $f$  definována jako součet nebo rozdíl vstupních veličin  $X_i$ :

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = \sum_{i=1}^N p_i X_i \quad (4.4)$$

je odhad hodnoty výstupní veličiny (viz vztah (2.2)) dán součtem či rozdílem odpovídajících odhadů hodnot vstupních veličin:

$$y = \sum_{i=1}^N p_i x_i \quad (4.5)$$

protože hodnoty koeficientů citlivosti jsou rovny  $p_i$  a vztah (4.1) přechází na tvar:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 u^2(x_i) \quad (4.6)$$

**4.5** Pokud je funkce  $f$  definována jako součin nebo podíl vstupních veličin  $X_i$ :

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = c \prod_{i=1}^N X_i^{p_i} \quad (4.7)$$

je odhad hodnoty výstupní veličiny dán součinem či podílem odhadů hodnot vstupních veličin:

$$y = c \prod_{i=1}^N x_i^{p_i} \quad (4.8)$$

V tomto případě jsou koeficienty citlivosti rovny  $p_i y/x_i$  a pokud jsou použity relativní standardní nejistoty  $w(y)=u(y)/y$  a  $w(x_i)=u(x_i)/x_i$  je možné ze vztahu (4.1) odvodit vztah analogický vztahu (4.6):

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 w^2(x_i) \quad (4.9)$$

**4.6** Pokud jsou dvě vstupní veličiny  $X_i$  a  $X_k$  **korelované**, tj. jestliže jsou na sobě určitým způsobem závislé, musí se jako jeden z příspěvků k nejistotě uvažovat i jejich *kovariance*. Postup stanovení je uveden v příloze D. Schopnost vzít do úvahy výše uvedený vliv korelací závisí na znalostech průběhu měření a odhadu vzájemné

závislosti vstupních veličin. Obecně je nutné respektovat fakt, že zanedbání vzájemných závislostí mezi vstupními veličinami může vést k nesprávnému stanovení standardní nejistoty výsledku měření.

**4.7** Kovariance odpovídající odhadům dvou vstupních veličin  $X_i$  a  $X_k$  může být považována za nulovou nebo zanedbána v případech, kdy:

- a) vstupní veličiny  $X_i$  a  $X_k$  jsou nezávislé, např. proto, že byly opakovaně, ale ne současně zjišťovány v různých nezávislých experimentech nebo protože představují výsledné hodnoty nezávisle prováděných vyhodnocení, nebo pokud
- b) jedna ze vstupních veličin může být považována za konstantu, nebo pokud
- c) analýza neposkytne informace ukazující přítomnost korelace mezi vstupními veličinami  $X_i$  a  $X_k$ .

V některých případech se lze vyvarovat korelací mezi veličinami vhodným výběrem funkce  $f$  modelující postup měření.

**4.8** Analýza nejistot pro určité měření (někdy nazývaná přehled nejistot měření) musí obsahovat seznam všech zdrojů nejistot spolu s jejich standardními nejistotami měření a způsoby jejich výpočtu nebo odhadu. Pro opakovaná měření musí být zároveň uveden i počet pozorování  $n$ . Aby byla zajištěna přehlednost a jasnost údajů, je doporučeno uvádět všechny údaje vztahující se k této analýze v tabulce. Zde je třeba všechny veličiny označovat buď fyzikálním symbolem veličiny  $X_i$  nebo krátkým identifikátorem a pro všechny musí být uveden nejméně odhad jejich hodnoty  $x_i$ , jemu odpovídající nejistota měření  $u(x_i)$ , koeficient citlivosti  $c_i$  a různě velký příspěvek k nejistotě  $u_i(y)$ . Pro každou veličinu musí být spolu s její hodnotou uveden v tabulce i rozměr.

**4.9** Příklad formálního uspořádání tabulky použitelný pro případ nekorelovaných vstupních veličin je uveden v Tab. 4.1. Standardní nejistota výsledku měření  $u(y)$  uvedená v pravém spodním rohu tabulky je dána druhou odmocninou součtu druhých mocnin příspěvků k nejistotě uvedených v tomto sloupci. Šedé části tabulky se nevyplňují.

**Tab. 4.1** Schéma požadovaného uspořádání veličin, odhadů, standardních nejistot, koeficientů citlivosti a příspěvků k nejistotě v rámci analýzy nejistot měření

| Veličina<br>$X_i$ | odhad<br>$x_i$ | nejistota<br>$u(x_i)$ | koeficient citlivosti<br>$c_i$ | příspěvek k<br>nejistotě $u_i(y)$ |
|-------------------|----------------|-----------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
| $X_1$             | $x_1$          | $u(x_1)$              | $c_1$                          | $u_1(y)$                          |
| :                 | :              | :                     | :                              | :                                 |
| $X_N$             | $x_N$          | $u(x_N)$              | $c_N$                          | $u_N(y)$                          |
| $Y$               | $y$            |                       |                                | $u(y)$                            |

## 5 ROZŠÍŘENÁ NEJISTOTA MĚŘENÍ

- 5.1 V rámci EAL bylo rozhodnuto, že kalibrační laboratoře akreditované členy EAL musí uvádět **rozšířenou nejistotu měření**  $U$ , stanovenou vynásobením standardní nejistoty  $u(y)$  odhadu  $y$  koeficientem rozšíření  $k$ :

$$U = k \cdot u(y) \quad (5.1)$$

V případech, kdy lze usuzovat na normální (Gaussovo) rozdělení měřené veličiny a kdy standardní nejistota odhadu  $y$  je stanovena s dostatečnou spolehlivostí, je třeba použít standardní koeficient rozšíření  $k=2$ . Takto stanovená rozšířená nejistota odpovídá **pravděpodobnosti pokrytí** asi 95%. Tyto podmínky jsou splněny ve většině případů, s kterými se lze setkat při kalibracích.

- 5.2 Předpoklad normálního rozdělení nemůže být v některých případech snadno experimentálně potvrzen. Avšak v případech, kde několik (tj.  $N \geq 3$ ) složek nejistoty odvozených z nezávislých veličin majících rozdělení s běžným průběhem (např. normální nebo rovnoměrné rozdělení) srovnatelně přispívá ke standardní nejistotě odhadu  $y$  výstupní veličiny, jsou splněny podmínky Centrální limitní věty, a lze tedy předpokládat, že rozdělení hodnot  $y$  je normální.
- 5.3 Spolehlivost standardní nejistoty přiřazené k odhadu hodnoty výstupní veličiny je určena jejími efektivními stupni volnosti (viz příloha E). Nicméně, kritérium spolehlivosti je vždy splněno tehdy, když žádný z příspěvků nejistoty, určený dle postupu pro nejistotu typu A, není stanoven z méně než deset opakovaných pozorování.
- 5.4 Pokud není ani jedna z těchto podmínek splněna (normalita rozdělení či dostatečná spolehlivost), může vést použití standardního koeficientu rozšíření  $k=2$  k rozšířené hodnotě nejistoty odpovídající pravděpodobnosti pokrytí menší než 95%. V těchto případech je pak nutné použít jiné postupy tak, aby bylo zajištěno, že uvedená rozšířená nejistota odpovídá stejné pravděpodobnosti pokrytí jako ve standardním případě. Použití přibližně shodné pravděpodobnosti pokrytí je nezbytné v těch případech, kdy se porovnávají dva výsledky měření stejné veličiny, tj. např. při vyhodnocování mezilaboratorních porovnání nebo při rozhodování o shodě se zadanou hodnotou.
- 5.5 Dokonce i v případech, kdy je možné předpokládat normální rozdělení, je možné, že stanovení standardní nejistoty odhadu výstupní veličiny není dostatečně spolehlivé. Pokud není možné zvýšit počet opakovaných měření  $n$  nebo místo postupu pro stanovení nejistoty typu A, který vede k nízké spolehlivosti standardní nejistoty, použít postup pro stanovení nejistoty typu B, je třeba použít postup uvedený v příloze E.
- 5.6 Ve zbývajících případech, kdy nelze použít předpokladu normálního rozdělení, je nutné stanovit hodnotu koeficientu rozšíření s ohledem na skutečný tvar rozdělení odhadů hodnot výstupní veličiny tak, aby jeho hodnota odpovídala pravděpodobnosti pokrytí asi 95%.

## 6 VYJADŘOVÁNÍ NEJISTOTY MĚŘENÍ V KALIBRAČNÍCH LISTECH

- 6.1 V kalibračních listech je nutné celkový výsledek měření, skládající se z odhadu  $y$  a tomu náležící rozšířené nejistoty  $U$ , uvádět ve tvaru  $(y \pm U)$ . K tomuto vyjádření musí být v běžných případech připojena vysvětlující poznámka ve tvaru:

*Uvedená rozšířená nejistota měření je součinem standardní nejistoty měření a koeficientu rozšíření  $k=2$ , což pro normální rozdělení odpovídá pravděpodobnosti pokrytí asi 95%. Standardní nejistota měření byla určena v souladu s dokumentem EAL R2.*

- 6.2 Tam, kde je nutné postupovat v souladu s přílohou E, musí mít ovšem dodatečná poznámka tvar:

*Uvedená rozšířená nejistota měření je součinem standardní nejistoty měření a koeficientu rozšíření  $k=XX$ , což pro  $t$ -rozdělení s  $\nu_{\text{eff}}=YY$  efektivními stupni volnosti odpovídá pravděpodobnosti pokrytí asi 95%. Standardní nejistota měření byla určena v souladu s dokumentem EAL R2.*

- 6.3 Číselná hodnota nejistoty měření musí být uváděna na nejvýše dvě platné cifry. Číselná hodnota výsledku měření se při závěrečném vyjádření standardně zaokrouhluje na pozici nejméně platné cifry nejistoty vztahující se k tomuto výsledku. Při zaokrouhlování je třeba používat běžných pravidel pro zaokrouhlování (blíže viz ISO 31-0:1992, příloha B). Ovšem pokud by zaokrouhlování vedlo ke snížení hodnoty nejistoty o více než 5%, je třeba použít zaokrouhlení nahoru.

## 7 PODROBNÝ POSTUP PRO VÝPOČET NEJISTOTY MĚŘENÍ

- 7.1 Následující body představují metodický návod pro využití tohoto dokumentu v praxi (vypracované praktické příklady jsou uvedeny v samostatných doplňujících dokumentech):

- (a) Matematicky vyjádřete závislost měřené veličiny (výstupní veličiny)  $Y$  na vstupních veličinách  $X_i$  ve tvaru daném vztahem (2.1). V případě srovnání dvou etalonů může mít rovnice velmi jednoduchou podobu, např.  $Y=X_1+X_2$ .
- (b) Identifikujte a proveďte všechny významné korekce.
- (c) Sestavte seznam všech zdrojů nejistot v podobě analýzy nejistot tak, jak je uvedeno v části 4 tohoto dokumentu.
- (d) V souladu s částí 3.2 tohoto dokumentu stanovte standardní nejistoty  $u(q)$  pro opakovaně měřené veličiny.
- (e) Pro jednu hodnotu, jako jsou např. výsledky předchozích měření, opravné hodnoty nebo hodnoty převzaté z literatury, použijte hodnoty standardní nejistoty z téhož zdroje nebo ji spočítejte z údajů zde uvedených postupem dle odst. 3.3.2 (a). Věnujte pozornost způsobu, jakým je nejistota vyjádřena. Pokud nejsou k dispozici žádné údaje, z kterých by bylo možné hodnotu nejistoty odvodit, vyjádřete hodnotu  $u(x_i)$  nejistoty na základě odborné zkušenosti.
- (f) U vstupních veličin, pro které je pravděpodobnostní rozdělení známé nebo je lze předpokládat, stanovte dle odst. 3.3.2 (b) očekávanou hodnotu a standardní

- nejistotu  $u(x_i)$ . Pokud jsou známy nebo mohou být odhadnuty pouze horní a dolní meze hodnot, vypočtete standardní nejistoty  $u(x_i)$  dle odst. 3.3.2 (c).
- (g) Pro každou vstupní veličinu  $X_i$  spočtete pomocí vztahů (4.2) a (4.3) její příspěvek  $u_i(y)$  k nejistotě vztahující se k odhadu hodnoty výstupní veličiny stanoveného z odhadů  $x_i$  hodnot vstupních veličin. Druhou mocninu standardní nejistoty  $u(y)$  stanovte jako součet druhých mocnin příspěvků od jednotlivých vstupních veličin - viz vztah (4.1). Pokud víte, že vstupní veličiny jsou korelované, postupujte v souladu s přílohou D.
- (h) Vypočtete rozšířenou nejistotu  $U$  vynásobením standardní nejistoty  $u(y)$  odhadu výstupní veličiny koeficientem rozšíření  $k$ , který byl stanoven v souladu s částí 5 tohoto dokumentu.
- (i) Uveďte výsledek měření zahrnující odhad hodnoty výstupní veličiny  $y$ , jemu příslušející rozšířenou nejistotu  $U$  a koeficient rozšíření v kalibračním listu v souladu s postupem uvedeným v části 6 tohoto dokumentu.

## 8 LITERATURA

- 1 *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, first edition, 1993, corrected and reprinted 1995, International Organization for Standardization (Geneva, Switzerland)
- 2 *International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology*, second edition, 1993, International Organization for Standardization (Geneva, Switzerland)
- 3 International Standard ISO 3534-1 *Statistics - Vocabulary and Symbols - Part I: Probability and General Statistical Terms*, first edition, 1993, International Organization for Standardization (Geneva, Switzerland)

**PŘÍLOHA A*****Komentář k vyhodnocování nejlepší měřící schopnosti***

- A1** Nejlepší měřící schopnost (viz část 1 hlavního textu) je jeden z parametrů, které jsou používány pro definování **rozsahu** akreditace akreditované kalibrační laboratoře. Dalšími faktory jsou fyzikální veličina, kalibrační metoda nebo typ kalibrovaných přístrojů a rozsah měření. Nejlepší měřící schopnost je běžně vyjadřována v záznamech o akreditaci nebo v další dokumentaci, která doprovází buď **rozhodnutí o akreditaci** nebo **osvědčení o akreditaci**, které je často vydáváno jako průkaz akreditace, nebo v obou typech dokumentů. Občas je uváděno jak v záznamech o akreditaci, tak i v dalších doprovodných dokumentech. Nejlepší měřící schopnost je jednou z podstatných informací, která může být nalezena v přehledech akreditovaných laboratoří, které jsou pravidelně vydávány akreditačními orgány a používány potenciálními zákazníky akreditovaných laboratoří pro posouzení jejich vhodnosti pro provedení určité kalibrace v laboratoři nebo mimo její prostory.
- A2** Vyjadřování nejlepší měřící schopnosti vyžaduje harmonizaci z toho důvodu, aby mohly být porovnávány schopnosti různých kalibračních laboratoří a především laboratoří akreditovaných různými akreditačními orgány. Jako podpora této harmonizace, ve vazbě na definici v hlavním textu, jsou dále uvedena některá vysvětlení týkající se termínu nejlepší měřící schopnost.
- A3** Pod "více či méně rutinními kalibracemi" se rozumí to, že laboratoř musí být schopna dosahovat deklarované schopnosti při **normální** činnosti v rámci její akreditace. Samozřejmě existují případy, kdy laboratoř by mohla jako výsledek rozsáhlého výzkumu a dodatečných opatření dosáhnout lepší schopnosti. Ovšem tyto případy nejsou zahrnovány do definice nejlepší měřící schopnosti, jestliže se nejedná o deklarovanou politiku laboratoře provádět takovéto vědecké výzkumy (které se pak stávají "více či méně rutinními" druhy kalibrace prováděnými v laboratoři).
- A4** Zahrnutí termínu "téměř ideální" do definice znamená, že nejlepší měřící schopnost nesmí být závislá na vlastnostech zařízení, které má být kalibrováno. Podstatou představy "téměř ideálního zařízení" je to, že fyzikální jevy, které vyplývají z nedokonalosti kalibrovaného zařízení, nesmí významně přispívat k nejistotě měření. Ovšem takovéto zařízení musí být dosažitelné. Pokud je však v určitém případě zjištěno, že i "nejlepší" dostupné zařízení přispívá k nejistotě měření, musí být tato složka zahrnuta do stanovení nejlepší měřící schopnosti a současně musí být uvedeno, že nejlepší měřící schopnost se vztahuje na kalibraci tohoto druhu zařízení.
- A5** Definice nejlepší měřící schopnosti v sobě zahrnuje i to, že v rámci **své akreditace** laboratoř není oprávněná deklarovat nižší nejistotu, než je její nejlepší měřící schopnost. To znamená, že po laboratoři je požadováno uvádět větší nejistotu než je nejistota vztahující se k nejlepší měřící schopnosti v těch případech, kdy je zjištěno, že skutečný proces kalibrace významně přispívá k nejistotě měření. Typicky tento příspěvek může pocházet od kalibrovaného přístroje. Je zřejmé, že **skutečná** nejistota měření nikdy nemůže být nižší než je nejlepší měřící schopnost laboratoře. Při vyjadřování skutečné nejistoty musí být po laboratoři vyžadováno používání principů tohoto dokumentu.
- A6** Je nutné zdůraznit, že vzhledem k definici nejlepší měřící schopnosti, je toto pojetí použitelné pouze na výsledky, u kterých se laboratoř odvolává na svůj statut akreditované laboratoře. Termín nejlepší měřící schopnost tak má při striktním

výkladu administrativní charakter a nemusí nutně odpovídat skutečné technické schopnosti laboratoře. Jestliže má laboratoř proto své vnitřní důvody, musí mít možnost požádat o akreditaci s vyšší nejistotou měření než jsou její technické možnosti. Mezi tyto vnitřní důvody obvykle patří ty případy, kdy reálná schopnost musí být udržována v tajnosti vůči externím zákazníkům, tj. např. v těch případech, kdy laboratoř provádí výzkumné a vývojové práce nebo poskytuje služby speciálním zákazníkům. Politika akreditačního orgánu musí umožňovat udělení akreditace na jakékoliv požadované úrovni, pokud je laboratoř schopná této úrovně dosahovat. (Tento přístup se nevztahuje pouze na nejlepší měřicí schopnost laboratoře, ale na všechny parametry definující pole působnosti kalibrační laboratoře).

- A7** Posouzení nejlepší měřicí schopnosti je úkolem akreditačního orgánu. Odhad nejistoty měření, která definuje nejlepší měřicí schopnost, musí být proveden v souladu s postupem formulovaným v tomto dokumentu s výjimkou případů řešených předchozím odstavcem. Nejlepší měřicí schopnost musí být uváděna stejným způsobem, jako je to vyžadováno v kalibračních listech, tj. v podobě rozšířené nejistoty, v běžných případech s použitím koeficientu rozšíření  $k=2$ . (Pouze v těch výjimečných případech, kdy nemůže být předpokládáno normální rozdělení nebo je posouzení založeno na omezených údajích, musí být nejlepší měřicí schopnost uváděna tak, aby byla zajištěna pravděpodobnost pokrytí asi 95%. Blíže viz část 5 hlavního textu).
- A8** Pro stanovení nejlepší měřicí schopnosti musí být vzaty do úvahy všechny faktory významně přispívající k nejistotě měření. Pokud je známo, že některé příspěvky se mění buď s časem nebo se změnou jiné fyzikální veličiny, může být jejich stanovení založeno na předpokladu limitů možných změn, které se mohou za běžných pracovních podmínek projevit. Např. pokud je o pracovním etalonu známo, že podléhá změnám, je nutné při odhadu jeho příspěvku k nejistotě vzít do úvahy příspěvek vyplývající ze změn mezi následujícími kalibracemi.
- A9** V některých oborech může nejistota měření záviset na dalších parametrech, např. na frekvenci napětí použitého při kalibraci etalonu odporu. Tyto další parametry musí být uváděny spolu s příslušnou fyzikální veličinou a nejlepší měřicí schopností určenou pro tyto další parametry. Často to může být provedeno vyjádřením nejlepší měřicí schopnosti jako funkce těchto parametrů.
- A10** Nejlepší měřicí schopnost musí být za normálních okolností vyjadřována číselně. V těch případech, kdy nejlepší měřicí schopnost je funkcí příslušné veličiny (nebo libovolného jiného parametru), musí být vyjádřena v analytické podobě. Ovšem v tomto případě může být vyjádření pro ilustraci doplněno grafem. Vždy musí být naprosto zřejmé, zda je nejlepší měřicí schopnost vyjadřována v absolutním či relativním tvaru. (Obvykle stačí uvedení příslušné jednotky, ovšem u bezrozměrných veličin je potřebné uvést příslušný odkaz).
- A11** Jakkoliv musí být posouzení založeno na postupech uvedených v tomto dokumentu, je v hlavním textu uveden požadavek, že posouzení musí být "podpořeno či potvrzeno experimentálním důkazem". Význam tohoto požadavku spočívá v tom, že akreditační orgán se nemůže spoléhat pouze na výpočet nejistoty měření. Mezilaboratorní porovnání, která by výpočty potvrdila, musí být prováděna pod dohledem akreditačního orgánu nebo v jeho zastoupení.



**PŘÍLOHA B*****Přehled některých důležitých termínů***

- B1 aritmetický průměr** (viz [3] vztah 2.26)  
Součet hodnot dělený jejich počtem.
- B2 nejlepší měřicí schopnost** (část 1 tohoto dokumentu)  
Nejmenší nejistota měření, které může v rámci akreditace laboratoř dosahovat při provádění více či méně rutinních kalibrací téměř ideálních měřicích etalonů s cílem definovat, realizovat, uchovat či reprodukovat jednu či více jednotek dané veličiny, nebo které může dosahovat při více či méně rutinně prováděných kalibracích téměř ideálních měřicích zařízení určených pro měření dané veličiny.
- B3 korelace** (viz [3] vztah 1.13)  
Vztah mezi dvěma nebo několika náhodnými veličinami v rámci rozdělení dvou nebo více náhodných veličin.
- B4 korelační koeficient** (viz [1] část C.3.6)  
Míra vzájemné relativní závislosti dvou náhodných veličin, která je rovná podílu jejich kovariance a druhé kladně vzaté odmocniny součinu jejich rozptylů.
- B5 kovariance** (viz [1] část C. 3.4)  
Míra vzájemné závislosti dvou náhodných veličin, která je rovná očekávané hodnotě součinu odchylek dvou náhodných veličin od jejich očekávaných hodnot.
- B6 koeficient rozšíření** (viz [1] vztah 2.3.6)  
Číslo, kterým se po vynásobení standardní nejistoty měření získá rozšířená nejistota měření.
- B7 pravděpodobnost pokrytí** (viz [1] vztah 2.3.5, poznámka 1)  
Podíl (obvykle velký) z rozdělení hodnot, které mohou být jako výsledek měření přiřazeny měřené veličině.
- B8 výběrová směrodatná odchylka** (viz [2] vztah 3.8)  
Kladně vzatá druhá odmocnina výběrového rozptylu.
- B9 rozšířená nejistota** (viz [1] vztah 2.3.5)  
Veličina definující interval okolo výsledku měření, do kterého lze zařadit velkou část z rozdělení hodnot měřené veličiny.
- B10 výběrový rozptyl** (viz [1] část 4.2.2)  
Veličina charakterizující rozptýlení výsledků série  $n$  pozorování stejné měřené veličiny. Hodnota výběrového rozptylu se stanoví dle vztahu (3.2) z tohoto dokumentu.
- B11 odhad hodnoty vstupní veličiny** (viz [1] část 4.1.4)  
Odhad hodnoty vstupní veličiny použitý pro stanovení výsledku měření.
- B12 vstupní veličina** (viz [1] část 4.1.2)  
Veličina, na které vzhledem ke způsobu stanovení výsledku měření závisí měřená veličina.
- B13 měřená veličina** (viz [2] vztah 2.6)  
Určitá veličina, která je předmětem měření.
- B14 odhad hodnoty výstupní veličiny** (viz [1] část 4.1.4)

Výsledek měření vypočítaný z odhadů hodnot vstupních veličin pomocí funkce zachycující model měření.

- B15 výstupní veličina** (viz [1] část 4.1.2)  
Veličina, která při vyhodnocování měření reprezentuje měřenou veličinu.
- B16 odhad rozptylu z velkého počtu měření** (viz [1] část 4.2.4)  
Odhad výběrového rozptylu, který je získán z dlouhé série pozorování stejné měřené veličiny, kdy měření je dobře popsáno a statisticky vyhodnocováno.
- B17 rozdělení pravděpodobnosti** (viz [3] vztah 1.3)  
Funkce udávající pravděpodobnost, že náhodná veličina nabývá dané hodnoty nebo patří do dané množiny hodnot.
- B18 náhodná veličina** (viz [3] vztah 1.2)  
Veličina, která může nabývat jakékoliv hodnoty z určité množiny hodnot a s níž je spojeno nějaké rozdělení pravděpodobnosti.
- B19 relativní standardní nejistota měření** (viz [1] část 5.1.6)  
Standardní nejistota určité veličiny dělená odhadem hodnoty této veličiny.
- B20 koeficienty citlivosti vztahující se k odhadu hodnot vstupní veličiny** (viz [1] část 5.1.3)  
Diference změny hodnoty výstupní veličiny vyvolaná změnou odhadu hodnoty vstupní veličiny dělená změnou odhadu hodnoty vstupní veličiny.
- B21 směrodatná odchylka** (viz [3] vztah 1.23)  
Kladně vzatá druhá odmocnina rozptylu.
- B22 standardní nejistota měření** (viz [1] vztah 2.3.1)  
Nejistota měření vyjádřená jako směrodatná odchylka.
- B23 stanovení nejistoty typu A** (viz [1] vztah 2.3.2)  
Metoda stanovení nejistoty měření založená na statistickém vyhodnocení série pozorování.
- B24 stanovení nejistoty typu B** (viz [1] vztah 2.3.3)  
Metoda stanovení nejistoty měření založená na jiném principu, než je statistické vyhodnocení série pozorování.
- B25 nejistota měření** (viz [2] vztah 3.9)  
Parametr přidružený k výsledku měření, který charakterizuje rozptyl hodnot, které by mohly být důvodně prisuzovány k měřené veličině.
- B26 rozptyl** (viz [3] vztah 1.22)  
Střední hodnota druhé mocniny centrované náhodné veličiny.

**PŘÍLOHA C****Zdroje nejistoty měření**

**C1** Nejistota výsledku měření odráží omezenou možnost znalosti hodnoty měřené veličiny. Kompletní znalost by vyžadovala nekonečné množství informace. Jevy přispívající k nejistotě a způsobující, že výsledek měření nemůže být charakterizován pouze jedním číslem, jsou nazývány zdroji nejistot. V praxi existuje mnoho možných zdrojů nejistot měření (viz [1]), zahrnujících např.:

- (a) nekompletní definici měřené veličiny;
- (b) nedokonalou realizaci definice měřené veličiny;
- (c) nereprezentativní vzorkování - naměřené hodnoty nemusí reprezentovat definovanou měřenou veličinu;
- (d) nedostatečnou znalost vlivů okolního prostředí nebo jejich nedokonalé měření;
- (e) vliv lidského faktoru při odečítání analogových měřidel;
- (f) omezené rozlišení měřicího přístroje nebo práh rozlišení;
- (g) nepřesné hodnoty měřících etalonů a referenčních materiálů;
- (h) nepřesné hodnoty konstant a dalších parametrů získaných z externích zdrojů a použitých při výpočtu;
- (i) aproximace a zjednodušení obsažené v měřící metodě a postupu;
- (j) změny v opakovaných pozorováních měřené veličiny, která jsou prováděna za zjevně shodných podmínek.

**C2** Zdroje nejistot nutně nemusí být nezávislé. Některé ze zdrojů nejistot uvedených pod body a) až i) mohou přispívat k zdroji nejistot uvedenému pod bodem j).

**PŘÍLOHA D****Korelované vstupní veličiny**

**D1** Pokud je známo, že dvě vstupní veličiny  $X_i$  a  $X_k$  jsou do určité míry korelované (tzn. že jsou tím či oním způsobem na sobě závislé), je nutné považovat *kovarianci* vztahující se k odhadům  $x_i$  a  $x_k$  vstupních veličin za další příspěvek k nejistotě:

$$u(x_i, x_k) = u(x_i) \cdot u(x_k) \cdot r(x_i, x_k) \quad (i \neq k) \quad (\text{D.1})$$

Míra korelace je charakterizována **korelačním koeficientem**  $r(x_i, x_k)$  (kde  $(i \neq k)$  a  $|r| \leq 1$ ).

**D2** Pro  $n$  dvojic současně prováděných pozorování dvou veličin  $P$  a  $Q$  je kovariance vztahující se k aritmetickým průměrům  $p$  a  $q$  definována vztahem:

$$s(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{j=1}^n (p_j - \bar{p}) \cdot (q_j - \bar{q}) \quad (\text{D.2})$$

a po dosažení za  $r$  může být vypočtena ze vztahu (D.1).

**D3** U ovlivňujících veličin musí být jakákoliv míra korelace podložena zkušeností. Pokud existuje korelace mezi veličinami, je nutné vztah (4.1) nahradit jedním z následujících vztahů (D.3), nebo (D.4):

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N c_i c_k u(x_i, x_k) \quad (\text{D.3})$$

kde  $c_i$  a  $c_k$  jsou koeficienty citlivosti definované vztahem (4.3), nebo:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N u_i(y) u_k(y) r(x_i, x_k) \quad (\text{D.4})$$

kde příspěvek  $u_i(y)$  ke standardní nejistotě odhadu  $y$  výstupní veličiny je stanoven ze standardních nejistot odhadů  $x_i$  vstupních veličin dle vztahu (4.2). Je nutné upozornit, že druhý člen ve vztazích (D.3) nebo (D.4) může nabývat jak kladného, tak záporného znaménka.

**D4** V praxi jsou vstupní veličiny často korelovány, protože při stanovování jejich hodnot je použit stejný etalon, měřicí zařízení, referenční údaje nebo dokonce metoda měření s významnou nejistotou. Bez újmy na obecnosti můžeme předpokládat, že dvě vstupní veličiny  $X_1$  a  $X_2$  s odhady hodnot  $x_1$  a  $x_2$  jsou závislé na množině nezávislých proměnných  $Q_l$  ( $l=1, 2, \dots, L$ ):

$$\begin{aligned} X_1 &= g_1(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \\ X_2 &= g_2(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

některé z těchto proměnných však nemusí být obsaženy v obou závislostech. Odhady  $x_1$  a  $x_2$  hodnot vstupních veličin budou do určité míry korelované a to dokonce i v případě, že odhady  $q_l$  ( $l=1,2, \dots, L$ ) jsou nekorelovány. V takovém případě se kovariance vztahující se k odhadům  $x_1$  a  $x_2$  vstupních veličin stanoví dle vztahu:

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^L c_{1l} \cdot c_{2l} \cdot u^2(q_l) \quad (\text{D.6})$$

kde  $c_{1l}$  a  $c_{2l}$  jsou koeficienty citlivosti odvozené z funkcí  $g_1$  a  $g_2$  analogicky ke vztahu (4.3). Vzhledem k tomu, že k celkovému součtu přispívají pouze ty členy, pro které jsou koeficienty citlivosti nenulové, je hodnota kovariance rovná nule, pokud žádná z proměnných ve funkcích  $g_1$  a  $g_2$  není společná. Korelační koeficient  $r(x_1, x_2)$  vztahující se k odhadům  $x_1$  a  $x_2$  se stanoví ze vztahu (D.6) s použitím vztahu (D.1).

**D5** Následující příklad demonstruje korelaci mezi hodnotami dvou etalonů, kalibrovaných stejným referenčním etalonem.

#### *Úloha měření*

Dva etalony  $X_1$  a  $X_2$  jsou srovnávány s referenčním etalonem  $Q_S$  prostřednictvím měřicího systému schopného stanovit rozdíl  $z$  v jejich hodnotách se standardní nejistotou  $u(z)$ . Hodnota  $q_S$  referenčního etalonu je známá se standardní nejistotou  $u(q_S)$ .

#### *Matematický model*

Odhady  $x_1$  a  $x_2$  jsou závislé na hodnotě  $q_S$  referenčního standardu a pozorovaných rozdílech  $z_1$  a  $z_2$  dle vztahu:

$$\begin{aligned} x_1 &= q_S - z_1 \\ x_2 &= q_S - z_2 \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

#### *Standardní nejistoty a kovariance*

Předpokládá se, že odhady  $z_1$ ,  $z_2$  a  $q_S$  jsou nekorelované, protože byly stanoveny v různých měřeních. Standardní nejistota je spočtena ze vztahu (4.4) a kovariance vztahující se k odhadům  $x_1$  a  $x_2$  je spočtena ze vztahu (D.6) za předpokladu, že  $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$ :

$$\begin{aligned} u^2(x_1) &= u^2(q_S) + u^2(z) \\ u^2(x_2) &= u^2(q_S) + u^2(z) \\ u(x_1, x_2) &= u^2(q_S) \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Hodnota korelačního koeficientu se pak s použitím těchto výsledků stanoví dle vztahu:

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_s)}{u^2(q_s) + u^2(z)} \quad (\text{D.9})$$

Hodnota korelačního koeficientu leží v rozmezí od 0 do +1 v závislosti na poměru standardních nejistot  $u(q_s)$  a  $u(z)$ .

- D6** Případ popsaný vztahem (D.5) je situací, kdy lze správnou volbou modelové funkce obejít problém zahrnutí korelace do stanovení standardní nejistoty měřené veličiny. Přímé zahrnutí nezávislých proměnných  $Q_1$  do modelové funkce  $f$  nahrazením původních proměnných  $X_1$  a  $X_2$  dle transformačního vztahu (D.5) vede k nové modelové funkci, která již neobsahuje korelované proměnné  $X_1$  a  $X_2$
- D7** Ovšem existují případy, kdy se korelaci mezi dvěma vstupními veličinami  $X_1$  a  $X_2$  nelze vyhnout. Např. se jedná o případy, kdy byl použit stejný měřicí přístroj nebo referenční standard pro stanovení odhadů  $x_1$  a  $x_2$  hodnot vstupních veličin a přitom neexistuje transformační rovnice, která by zavedla nové nezávislé proměnné. Pokud navíc není přesně známa míra korelace, může být užitečné posoudit, jaký maximální vliv tato korelace může mít. Maximální hodnotu standardní nejistoty vztahující se k měřené veličině lze za předpokladu, že se neuvažují další korelace, stanovit dle vztahu:

$$u^2 \leq (|u_1(y)| + |u_2(y)|)^2 + u_r^2(y) \quad (\text{D.10})$$

kde  $u_r(y)$  je příspěvek ke standardní nejistotě všech zbývajících vstupních veličin, které jsou považovány za nekorelované.

Poznámka: Vztah (D.10) je jednoduše upravitelná i pro případy, kdy existuje jedna či více skupin veličin s dvěma či více korelovanými vstupními veličinami. V takovém případě musí být do vztahu (D.10) zahrnut pro každou skupinu veličin příslušný člen, respektující nejhorší možný součet.

**PŘÍLOHA E****Odvození koeficientu rozšíření z efektivního počtu stupňů volnosti**

- E1** Odhad hodnoty koeficientu rozšíření  $k$  odpovídající dané pravděpodobnosti pokrytí vyžaduje respektování spolehlivosti stanovení standardní nejistoty  $u(y)$  odhadu  $y$  hodnoty výstupní veličiny. To znamená respektování toho, jak dobře  $u(y)$  odhaduje směrodatnou odchylku vztahující se k výsledku měření. V případě normálního rozdělení je pro směrodatnou odchylku mírou spolehlivosti efektivní počet stupňů volnosti závisující na velikosti souboru (počtu pozorování), z kterého je stanovena hodnota směrodatné odchylky. Obdobně je vhodnou mírou spolehlivosti standardní nejistoty vztahující se k odhadu hodnoty výstupní veličiny jeho efektivní počet stupňů volnosti  $v_{eff}$  aproximovaný příslušnou kombinací efektivních stupňů volnosti jednotlivých příspěvků k nejistotě  $u_i(y)$ .
- E2** Postup pro stanovení patřičné hodnoty koeficientu rozšíření  $k$  při splnění podmínek centrální limitní věty se skládá z následujících tří kroků:
- Stanovte standardní nejistotu vztahující se k odhadu hodnoty výstupní veličiny dle postupu uvedeného v části 7.
  - Odhadněte efektivní stupně volnosti  $v_{eff}$  standardní nejistoty  $u(y)$  vztahující se k odhadu  $y$  hodnoty výstupní veličiny pomocí Welch-Satterthwaitova vztahu:

$$v_{eff} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (\text{E.1})$$

kde  $u_i(y)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), definovaný vztahem (4.2), je příspěvek ke standardní nejistotě vztahující se k odhadu  $y$  hodnoty výstupní veličiny, který je stanoven ze standardních nejistot vztahujících se k odhadům  $x_i$  hodnot vstupních veličin. Tyto vstupní veličiny jsou považovány za vzájemně nezávislé a  $v_i$  je efektivní stupeň volnosti hodnoty standardní nejistoty  $u_i(y)$ .

Pro standardní nejistotu  $u(q)$  typu A stanovenou postupem uvedeným v části 3.1 je počet stupňů volnosti dán vztahem  $v_i = n - 1$ . Pro standardní nejistotu  $u(x_i)$  typu B je určení počtu stupňů volnosti komplikovanější. Běžně se však stanovení provádí tak, aby nedošlo k jakémukoliv podhodnocení nejistoty. Pokud jsou např. pro hodnotu určité veličiny stanoveny horní  $a_+$  a dolní  $a_-$  limity, určují se zpravidla tak, aby pravděpodobnost toho, že hodnota veličiny leží mimo interval daný těmito limity, byla extrémně malá. V tomto případě lze pak počet stupňů volnosti standardní nejistoty  $u(x_i)$  považovat za blížící se nekonečnu ( $v_i \rightarrow \infty$ ).

- Stanovte koeficient rozšíření  $k$  dle tabulky (E.1) uvedené v této příloze. Tato tabulka vychází z t-rozdělení pro pravděpodobnost pokrytí 95.45%. Pokud  $v_{eff}$  není celé číslo (což se zpravidla stává), zaokrouhlí se  $v_{eff}$  na nejbližší nižší celé číslo.

**Tab. E.1:** Koeficient rozšíření  $k$  pro různý počet efektivních stupňů volnosti  $v_{eff}$ 

|           |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $v_{eff}$ | 1     | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 10   | 20   | 50   |      |
| $k$       | 13,97 | 4,53 | 3,31 | 2,87 | 2,65 | 2,52 | 2,43 | 2,37 | 2,28 | 2,13 | 2,05 | 2,00 |

# DOPLNĚK 1

## PŘÍKLADY

### Obsah

|    |  |    |
|----|--|----|
| S1 | ÚVOD.....  | 24 |
| S2 | KALIBRACE ZÁVAŽÍ O NOMINÁLNÍ HODNOTĚ 10 KG.....  | 25 |
| S3 | KALIBRACE ETALONU ODPORU O NOMINÁLNÍ HODNOTĚ 10 K $\Omega$ .....                                     | 27 |
| S4 | KALIBRACE MĚREK O NOMINÁLNÍ DÉLCE 50 MM.....   | 31 |
| S5 | KALIBRACE TERMOELEKTRICKÉHO ČLÁNKU TYPU N PŘI 1000 $\square$ C....                                   | 35 |
| S6 | KALIBRACE VÝKONOVÉHO SENZORU PŘI FREKVENCI 18 GHZ.....   | 40 |
| S7 | KALIBRACE KOAXIÁLNÍHO STUPŇOVÉHO ÚTLUMOVÉHO ČLÁNKU<br>PRO NASTAVENÍ 30 DB (PŘÍRŮSTKOVÁ ZTRÁTA) ..... | 45 |



## S1 Úvod

- S1.1 Dále uvedené příklady byly zvoleny pro demonstraci postupu stanovení nejistoty měření. Specifické a reprezentativní příklady z jednotlivých oblastí měření musí být zpracovány speciálními pracovními skupinami. Příklady předložené v tomto dokumentu přesto poskytují obecný návod, jak při stanovení nejistoty měření postupovat.
- S1.2 Příklady jsou zpracovány na základě návrhů připravených expertními skupinami EAL. Tyto návrhy byly zjednodušeny a harmonizovány tak, aby byly ve všech oblastech kalibrací pro pracovníky laboratoří transparentní. Předpokládá se, že tento soubor příkladů přispěje k lepšímu pochopení detailů vytváření modelu pro stanovení nejistoty měření a k harmonizaci procesu stanovení nejistoty měření nezávisle na oboru kalibrace.
- S1.3 Příspěvky k nejistotě a hodnoty uváděné v příkladech neznamení povinné nebo preferované požadavky. Laboratoře musí určovat příspěvky k nejistotě na základě modelové funkce, kterou používají pro vyhodnocení dané kalibrace, jejíž výsledky uvádějí na jimi vydávaných kalibračních listech. Ve všech uvedených příkladech jsou splněny podmínky pro použití koeficientu rozšíření  $k=2$ , které jsou uvedeny v části 5 základního dokumentu.
- S1.4 Jednotlivé příklady byly zpracovány (v souladu s podrobným postupem uvedeným v části 7 EAL-R2) dle jednotného schématu, obsahujícího:
- stručný popisný název
  - základní popis procesu měření
  - model stanovení nejistoty včetně použitých symbolů
  - přehled vstupních dat se stručným popisem způsobu jejich získání
  - soupis pozorování a vyhodnocení statistických parametrů
  - přehled nejistot ve formě tabulky
  - rozšířená nejistota měření
  - uváděný kompletní výsledek měření
- S1.5 Předpokládá se, že tento první dodatek dokumentu EAL-R2 bude následován dalšími příklady stanovení nejistot měření při kalibracích. Další příklady lze nalézt v dokumentech EAL zabývajících se kalibracemi specifických druhů zařízení.

## S2 Kalibrace závaží o jmenovité hodnotě 10 kg

S2.1 Kalibrace závaží o jmenovité hodnotě 10 kg zařazeného dle klasifikace OIML do třídy M1 je prováděna porovnáním s referenčním etalonem (dle klasifikace OIML zařazeného do třídy F2) stejné jmenovité hodnoty pomocí etalonových vah s určenými provozními charakteristikami.

S2.2 Neznámou konvenční hmotnost  $m_x$  lze stanovit dle vztahu:

$$m_x = m_s + \delta m_D + \delta m + \delta m_C + \delta B \quad (\text{S2-1})$$

|     |              |     |  |
|-----|--------------|-----|--|
| kde | $m_s$        | ... | konvenční pravá hodnota hmotnosti                                  |
|     | $\delta m_D$ | ... | drift hodnoty etalonu od jeho poslední kalibrace                   |
|     | $\delta m$   | ... | zjištěná odchylka v hmotnosti mezi kalibrovaným závažím a etalonem |
|     | $\delta m_C$ | ... | korekce na excentricitu a magnetické vlivy                         |
|     | $\delta B$   | ... | korekce na atmosférický vztlak                                     |

S2.3 **Referenční etalon** ( $m_s$ ): Kalibrační list uvádí pro referenční etalon hodnotu 10000.005 g a rozšířenou nejistotu měření 45 mg (koeficient rozšíření  $k=2$ ).

S2.4 **Drift hodnoty etalonu** ( $\delta m_D$ ): Podle předchozích kalibrací je odhadnuto, že drift hodnoty referenčního etalonu je nulový v rozmezí  $\pm 15$  mg.

S2.5 **Komparátor** ( $\delta m$ ,  $\delta m_C$ ): Z velkého počtu provedených vyhodnocení opakovatelnosti rozdílu hmotnosti mezi dvěma závažími stejné jmenovité hodnoty je stanoven odhad směrodatné odchylky ve výši 25 mg. Pro komparátor není provedena žádná korekce, změny vyvolané excentricitou a magnetickými vlivy jsou odhadnuty v rozmezí  $\pm 10$  mg s trojúhelníkovým rozdělením.

S2.6 **Atmosférický vztlak** ( $\delta B$ ): Není provedena žádná korekce na vliv atmosférického vztlaku, limit odchylek je odhadnut v rozmezí  $\pm 1 \times 10^{-6}$  nominální hodnoty.

S2.7 **Korelace**: Nepředpokládají se žádné významné korelace mezi vstupními veličinami.

S2.8 **Měření:** Tři pozorování rozdílu mezi hmotností neznámého tělesa a etalonu byly získány substituční metodou a substitučním schématem ABBA ABBA ABBA:

| číslo | konvenční pravá hodnota | odečet   | zjištěná odchylka |
|-------|-------------------------|----------|-------------------|
| 1     | etalon                  | +0,010 g |                   |
|       | kalibrované závaží      | +0,020 g |                   |
|       | kalibrované závaží      | +0,025 g |                   |
|       | etalon                  | +0,015 g | +0,01 g           |
| 2     | etalon                  | +0,025 g |                   |
|       | kalibrované závaží      | +0,050 g |                   |
|       | kalibrované závaží      | +0,055 g |                   |
|       | etalon                  | +0,020 g | +0,03 g           |
| 3     | etalon                  | +0,025 g |                   |
|       | kalibrované závaží      | +0,045 g |                   |
|       | kalibrované závaží      | +0,040 g |                   |
|       | etalon                  | +0,020 g | +0,02 g           |

aritmetický průměr:

$$\overline{\delta m} = 0,020 \text{ g}$$

odhad směrodatné odchylky (získaný z velkého počtu předchozích vyhodnocení):

$$s_p(\delta m) = 25 \text{ mg}$$

standardní nejistota:

$$u(\delta m) = s(\overline{\delta m}) = \frac{25 \text{ mg}}{\sqrt{3}} = 14,4 \text{ mg}$$

### S2.9 Přehled nejistot ( $m_x$ ):

| Veličina     | odhad       | standardní nejistota | pravděpodobnostní rozdělení | citlivostní koeficient | příspěvek k nejistotě |
|--------------|-------------|----------------------|-----------------------------|------------------------|-----------------------|
| $X_i$        | $x_i$       | $u(x_i)$             |                             | $c_i$                  | $u_i(y)$              |
| $m_s$        | 10000,005 g | 22,5 mg              | normální                    | 1,0                    | 22,5 mg               |
| $\delta m_D$ | 0,000 g     | 8,95 mg              | rovnoměrné                  | 1,0                    | 8,95 mg               |
| $\delta m$   | 0,020 g     | 14,4 mg              | normální                    | 1,0                    | 14,4 mg               |
| $\delta m_C$ | 0,000 g     | 5,77 mg              | rovnoměrné                  | 1,0                    | 5,77 mg               |
| $\delta B$   | 0,000 g     | 5,77 mg              | rovnoměrné                  | 1,0                    | 5,77 mg               |
| $m_x$        | 10000,025 g |                      |                             |                        | 29,3 mg               |

### S2.10 Rozšířená nejistota

$$U = k \cdot u(m_x) = 2 \cdot 29,3 \text{ mg} \cong 59 \text{ mg}$$

### S2.11 Uvedený výsledek

Naměřená hmotnost 10 kg závaží je 10,000025 kg  $\pm$  59 mg.

Uvedená rozšířená nejistota je vyjádřena jako standardní nejistota vynásobená koeficientem rozšířením  $k=2$ , což pro normální rozdělení odpovídá pravděpodobnosti pokrytí přibližně 95%.

## S3 Kalibrace etalonu odporu o nominální hodnotě 10 k $\Omega$

S3.1 Odpor čtyřsvorkového etalonu odporu je určen pomocí digitálního multimetru s velkým rozsahem zobrazení ( $7^{1/2}$  číslic) v režimu měření odporu a kalibrovaného čtyřsvorkového etalonu odporu o stejné nominální hodnotě jako odpor, který je kalibrován jako etalon. Odpory jsou ponořeny do dobře promíchané olejové lázně udržované na teplotě 23 °C, která je sledována ve středu umístěným rtuťovým skleněným teploměrem. Odpory jsou před měřením stabilizovány. Čtyřsvorkové kontakty každého odporů jsou postupně připojovány ke svorkám digitálního multimetru. Měřicí proud 100  $\mu$ A na měřícím rozsahu 10 k $\Omega$  multimetru je dostatečně nízký, aby nezpůsobil žádné znatelné ohřátí odporů. Měřicí postup současně zajišťuje, aby vlivy vnějších odporů na výsledek měření bylo možno považovat za nevýznamné.

S3.2 Odpor  $R_x$  neznámého odporu je stanoven dle vztahu:

$$R_x = (R_S + \delta R_D + \delta R_{TS}) \cdot r_c \cdot r - \delta R_{TX} \quad (\text{S3-1})$$

|     |                     |     |  |
|-----|---------------------|-----|--|
| kde | $R_S$               | ... | referenční odpor   |
|     | $\delta R_D$        | ... | drift referenčního odporu od poslední kalibrace          |
|     | $\delta R_{TS}$     | ... | teplotní změny referenčního odporu                       |
|     | $r = R_{iX}/R_{iS}$ | ... | poměr zjištěných odporů referenčního a neznámého odporu  |
|     | $r_C$               | ... | korekční faktor na parazitní napětí a rozlišení zařízení |
|     | $\delta R_{TX}$     | ... | teplotní změny neznámého odporu                          |

S3.3 **Referenční etalon ( $R_S$ ):** Kalibrační list pro referenční etalon uvádí hodnotu odporu  $10000,053 \Omega \pm 5 \text{ m}\Omega$  (koeficient rozšíření  $k=2$ ) pro referenční teplotu  $23 \text{ }^\circ\text{C}$ .

S3.4 **Drift hodnoty etalonu ( $\delta R_D$ ):** Změna hodnoty odporu referenčního odporu od jeho poslední kalibrace je odhadnuta z jeho kalibrační historie ve výši  $+20 \text{ m}\Omega$  s odchylkou v rozmezí  $\pm 10 \text{ m}\Omega$ .

S3.5 **Korekce na teplotu ( $\delta R_{TS}$ ,  $\delta R_{TX}$ ):** Teplota olejové lázně sledovaná kalibrovaným teploměrem je  $23,00 \text{ }^\circ\text{C}$ . Vzhledem k metrologickým charakteristikám použitého teploměru a teplotnímu gradientu olejové lázně je odhadnuto, že teplota odporu je v souladu se sledovanou teplotou v rozmezí  $\pm 0,055 \text{ K}$ . Z toho vzhledem ke známé hodnotě teplotního součinitele odporu  $5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  referenčního odporu vyplývá mez  $\pm 2,75 \text{ m}\Omega$  pro odchylky hodnoty jeho odporu od hodnoty zjištěné při kalibraci vlivem možných odchylek od provozní teploty. Na základě údajů výrobce bylo odhadnuto, že teplotní součinitel odporu neznámého odporu nepřesahuje  $10 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Z toho je pak odhadnut limit odchylek hodnot neznámého odporu ve výši  $\pm 5,5 \text{ m}\Omega$ .

S3.6 **Měření odporu ( $r, r_C$ ):** Protože jsou hodnoty obou odporů  $R_{iX}$  a  $R_{iS}$  zjišťovány stejným digitálním multimetrem, jsou jejich příspěvky k nejistotě korelované. Korelace však v tomto případě ale způsobuje snížení nejistoty. Proto je pouze nezbytné uvažovat relativní odchylky čtení hodnoty odporů vzhledem k systematickým vlivům jako jsou parazitní napětí a rozlišení zařízení (viz matematická poznámka v odstavci S3.12). Limit těchto vlivů je odhadnut v rozmezí  $\pm 0,5 \times 10^{-6}$  pro každý odečet. Výsledné rozdělení pro poměr hodnot  $r_C$  je trojúhelníkové s očekávanou hodnotou  $1,0000000$  a limitem  $\pm 1,0 \times 10^{-6}$ .

S3.7 **Korelace:** Předpokládá se, že vstupní veličiny nejsou vzájemně významně korelované.

S3.8 **Měření:** Poměr  $r$  byl stanovován pěti pozorováními.

| Číslo | Zjištěný poměr $r$ |
|-------|--------------------|
| 1     | 1,0000104          |
| 2     | 1,0000107          |
| 3     | 1,0000106          |
| 4     | 1,0000103          |
| 5     | 1,0000105          |

aritmetický průměr:

$$\bar{r} = 1,0000105$$

výběrová standardní odchylka:

$$s(r) = 0,158 \cdot 10^{-6}$$

standardní nejistota:

$$u(r) = s(\bar{r}) = \frac{0,158 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{5}} = 0,0707 \cdot 10^{-6}$$

### S3.9 Přehled nejistot ( $R_X$ )

| veličina        | odhad              | standardní nejistota  | pravděpodobnostní rozdělení | citlivostní koeficient | příspěvek k nejistotě |
|-----------------|--------------------|-----------------------|-----------------------------|------------------------|-----------------------|
| $X_i$           | $x_i$              | $u(x_i)$              |                             | $c_i$                  | $u_i(y)$              |
| $R_S$           | 10000,053 $\Omega$ | 2,5 m $\Omega$        | normální                    | 1,0                    | 2,5 m $\Omega$        |
| $\delta R_D$    | 0,020 $\Omega$     | 5,8 m $\Omega$        | rovnoměrné                  | 1,0                    | 5,8 m $\Omega$        |
| $\delta R_{TS}$ | 0,000 $\Omega$     | 1,6 m $\Omega$        | rovnoměrné                  | 1,0                    | 1,6 m $\Omega$        |
| $\delta R_{TX}$ | 0,000 $\Omega$     | 3,2 m $\Omega$        | rovnoměrné                  | 1,0                    | 3,2 m $\Omega$        |
| $r_C$           | 1,0000000          | 0,41x10 <sup>-6</sup> | trojúhelníkové              | 10000 $\Omega$         | 4,1 m $\Omega$        |
| $r$             | 1,0000105          | 0,07x10 <sup>-6</sup> | normální                    | 10000 $\Omega$         | 0,7 m $\Omega$        |
| $R_X$           | 10000,178 $\Omega$ |                       |                             |                        | 8,33 m $\Omega$       |

### S3.10 Rozšířená nejistota:

$$U = k \cdot u(R_X) = 2 \cdot 8,33 \text{ m}\Omega \cong 17 \text{ m}\Omega$$

**S3.11 Uvedený výsledek:** Naměřená hodnota odporu s nominální hodnotou 10 k $\Omega$  pro měřící teplotu 23,00  $^{\circ}\text{C}$  a měřící proud 100  $\mu\text{A}$  je (10000,178  $\pm$  0,017)  $\Omega$ .

Uvedená rozšířená nejistota měření je vyjádřena jako standardní nejistota měření vynásobená koeficientem rozšíření  $k=2$ , což pro normální rozdělení odpovídá pravděpodobnosti pokrytí cca 95%.

**S3.12 Matematická poznámka vztahující se k standardní nejistotě poměru zjištěných hodnot odporů:** Neznámý a referenční odpor mají téměř stejný odpor. Při použití obvyklé lineární aproximace pro odchylky lze hodnoty odporů, které vedou k multimetrem naměřeným hodnotám  $R_{iX}$  a  $R_{iS}$ , vyjádřit jako:

$$\begin{aligned} R_X &= R_{iX} (1 + \partial R_X / R) \\ R_S &= R_{iS} (1 + \partial R_S / R) \end{aligned} \quad (\text{S3-2})$$

kde  $R$  je nominální hodnota odporů a  $\delta R_X$ ,  $\delta R_S$  neznámá odchylka. Poměr odporů odvozený z těchto vztahů je:

$$\frac{R_X}{R_S} = r \bullet r_c \quad (\text{S3-3})$$

kde poměr zjištěných hodnot neznámého a referenčního odporu je:

$$r = \frac{R_{iX}}{R_{iS}} \quad (\text{S3-4})$$

a korekční faktor (lineární aproximace odchylek):

$$r_c = 1 + \frac{\delta R_X - \delta R_S}{R} \quad (\text{S3-5})$$

Vzhledem k tomu, že rozdíl odchylek je dosazen do rovnice (S3-5), neovlivňuje korelovaný příspěvek systematických vlivů vyplývajících z vnitřního rozsahu digitálního multimetru výsledek. Standardní nejistota korekčního faktoru je určena pouze nekorelovanými odchylkami vyplývajících z parazitních vlivů a rozlišení digitálního multimetru a za předpokladu, že  $u(\delta R) = u(\delta R) = u(\delta R)$ , je dána vztahem:

$$u^2(r_c) = 2 \frac{u^2(\delta R')}{R^2} \quad (\text{S3-6})$$

## S4 Kalibrace měrek o jmenovité délce 50 mm

S4.1 Měrka stupně 0 (ISO 3650) o jmenovité délce 50 mm je pomocí komparátoru kalibrována porovnáváním s kalibrovanou měrkou, která má stejnou jmenovitou délku a je vyrobena ze stejného materiálu. Rozdíl v jejich středové délce je zjišťován ve vertikální poloze pomocí dvou délkových měrek dotýkajících se horní a dolní měřicí plochy. Skutečná délka  $l$  kalibrované měrky je vzhledem ke skutečné délce referenčního etalonu  $l$  dána rovnicí:

$$l_x = l_{s'} + \delta l \quad (\text{S4-1})$$

kde  $\delta l$  je měřená délková diference.  $l_x'$  a  $l_s'$  jsou délky měrek za daných měřicích podmínek a především teploty, která vzhledem k nejistotě měření teploty v laboratoři nemusí být shodná s referenční teplotou pro délková měření.

S4.2 Délka  $l_x$  neznámé měrky za referenční teploty je dána vztahem:

$$l_x = l_s + \delta l_D + \delta l + \delta l_C - L(\bar{\alpha} \cdot \delta t + \delta \alpha \cdot \bar{t}) - \delta l_V \quad (\text{S4-2})$$

|     |   |     |  |
|-----|---|-----|--|
| kde | $l_s$                                   | ... | délka referenční měrky při referenční teplotě $t_0=20$ °C uvedená v jeho kalibračním listě |
|     | $\delta l_D$                            | ... | změna délky referenční měrky od poslední kalibrace vlivem driftu                           |
|     | $\delta l$                              | ... | zjištěný rozdíl v délce mezi neznámou a referenční měrkou                                  |
|     | $\delta l_C$                            | ... | korekce na nelinearitu a offset komparátoru  |
|     | $L$                                     | ... | nominální délka uvažované měrky  |
|     | $\alpha = (\alpha_x + \alpha_s)/2$      |     | průměr součinitelů teplotní roztažnosti neznámé a referenční měrky                         |
|     | $\delta t = (t_x - t_s)$                |     | teplotní rozdíl mezi neznámou a referenční měrkou  |
|     | $\delta \alpha = (\alpha_x - \alpha_s)$ |     | rozdíl mezi součiniteli teplotní roztažnosti neznámé a referenční měrky                    |
|     | $\Delta t = (t_x + t_s)/2 - t_0$        |     | odchylka průměrné teploty neznámé a referenční měrky od referenční teploty                 |
|     | $\delta l_V$                            | ... | korekce na nestředový kontakt měřicích ploch neznámé měrky                                 |

S4.3 **Referenční etalon** ( $l_s$ ): Délka referenční měrky spolu s příslušející rozšířenou nejistotou měření je uvedena v kalibračním listu souboru měrek jako 50,00002 mm $\pm$ 30 nm (koeficient rozšíření  $k=2$ ).

S4.4 **Drift etalonu** ( $\delta l_D$ ): Časový drift délky referenční měrky od předchozí kalibrace je odhadnut v nulové výši s limitem  $\pm 30$  nm. Obecná zkušenost s měrkami tohoto typu je



taková, že nejpravděpodobnější je nulový drift a že se dá předpokládat trojúhelníkové rozdělení.

- S4.5 **Komparátor** ( $\delta l_C$ ): Komparátor byl ověřen, že splňuje požadavky EAL-G21. Z toho lze dovodit, že pro délkovou diferenci  $D$  do výše  $\pm 10 \mu\text{m}$  je korekce na zjištěnou délkovou diferenci v rozmezí  $\pm(30 \text{ nm} + 0,02 \cdot |D|)$ . Vzhledem k maximálním tolerancím kalibrované měřky stupně 0 a referenční měřky stupně K je maximální délková diference v rozmezí  $\pm 1 \mu\text{m}$ . Z toho vyplývá maximální limit  $\pm 32 \text{ nm}$  pro nelinearitu a korekci na offset použitého komparátoru.
- S4.6 **Teplotní korekce** ( $\alpha$ ,  $\delta\alpha$ ,  $\delta\alpha \cdot \Delta t$ ): Před vlastní kalibrací jsou učiněny takové kroky, že teplotu měřky lze považovat za shodnou s teplotou místnosti. Zbytkový rozdíl v teplotě mezi kalibrovanou a referenční měrkou je odhadován ve výši  $\pm 0,05 \text{ K}$ . Pro ocelové měřky jsou vzhledem k údajům na kalibračním listu referenční měřky a údajům výrobce o kalibrované měřce předpokládány lineární součinitelé teplotní roztažnosti v intervalu  $(11,5 \pm 1,0) \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Kombinováním dvou rovnoměrných rozdělení má rozdíl v lineárních teplotních součinitelích roztažnosti trojúhelníkové rozdělení s limity  $\pm 2 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Odchylka průměrné teploty při měření od referenční teploty  $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  je odhadnuta v rozmezí  $\pm 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ . Rozdíly v lineárních koeficientech roztažnosti a odchylky střední teploty od referenční teploty jsou dle nejlepšího odhadu nulové. Z tohoto důvodu je třeba při vyhodnocování jejich příspěvku k nejistotě respektovat druhé členy vztahu, což vede na součin standardních nejistot vztahujících se k členům součinu  $\delta\alpha \cdot \Delta t$  v rovnici (S4-2) - (viz matematická poznámka v odstavci S4.13, rovnice (S4-5)). Výsledná nejistota je  $u(\delta\alpha \cdot \Delta t) = 0,236 \times 10^{-6}$ .
- S4.7 **Rozdíly v délce** ( $\delta l_V$ ): Dle ISO 3650 musí být rozdíly v naměřené délce ve středu a v rozích měřky stupně 0 v rozmezí  $\pm 0,12 \mu\text{m}$ . Za předpokladu, že se tyto rozdíly v délce vztahují k měřícím stranám podél krátké hrany o délce 9 mm a že délka ve středu je měřena uvnitř kruhu o poloměru 0,5 mm, lze korekci na středové vychýlení kontaktních bodů odhadnout v rozmezí  $\pm 6,7 \text{ nm}$ .
- S4.8 **Korelace**: Předpokládá se, že vstupní veličiny nejsou vzájemně významně korelované.
- S4.9 **Měření**: Rozdíl mezi neznámou měrkou a referenčním etalonem byl zjišťován v dále uvedených pozorováních. Komparátor byl před každým pozorováním nulován pomocí referenčního etalonu.

| pozorování č. | zjištěná hodnota |
|---------------|------------------|
| 1             | -100 nm          |
| 2             | -90 nm           |
| 3             | -80 nm           |

|   |         |
|---|---------|
| 4 | -90 nm  |
| 5 | -100 nm |

aritmetický průměr:

$$\bar{\delta l} = -92 \text{ nm}$$

souhrnný odhad směrodatné odchylky (získaný z předchozích hodnocení):

$$s_p(\bar{\delta l}) = 12 \text{ nm}$$

standardní nejistota:

$$u(\bar{\delta l}) = s(\bar{\delta l}) = \frac{12 \text{ nm}}{\sqrt{5}} = 5,37 \text{ nm}$$

Souhrnný odhad směrodatné odchylky byl převzat z testů, které byly provedeny pro potvrzení souladu komparátoru s požadavky EAL-G21.

#### S4.10 Přehled nejistot:

| veličina                      | odhad        | standardní nejistota     | pravděpodobnostní rozdělení | citlivostní koeficient   | příspěvek k nejistotě |
|-------------------------------|--------------|--------------------------|-----------------------------|--------------------------|-----------------------|
| $X_i$                         | $x_i$        | $u(x_i)$                 |                             | $c_i$                    | $u_i(y)$              |
| $l_S$                         | 50,000020 mm | 15 nm                    | normální                    | 1,0                      | 15,0 nm               |
| $\delta_D$                    | 0 mm         | 17,3 nm                  | rovnoměrné                  | 1,0                      | 17,3 nm               |
| $\bar{\delta l}$              | -0,000094 mm | 5,37 nm                  | normální                    | 1,0                      | 5,37 nm               |
| $\delta_C$                    | 0 mm         | 18,5 nm                  | rovnoměrné                  | 1,0                      | 18,5 nm               |
| $\delta_t$                    | 0 °C         | 0,0289 °C                | rovnoměrné                  | -575 nm °C <sup>-1</sup> | -16,6 nm              |
| $\delta\alpha \cdot \Delta t$ | 0            | 0,236 x 10 <sup>-6</sup> | -                           | 50 mm                    | -11,8 nm              |
| $\delta_V$                    | 0 mm         | 3,87 nm                  | rovnoměrné                  | -1,0                     | -3,87 nm              |
| $l_X$                         | 49,999926 mm |                          |                             |                          | 36,4 nm               |

#### S4.11 Rozšířená nejistota:

$$U = k \cdot u(l_X) = 2 \cdot 36,4 \text{ nm} \cong 73 \text{ nm}$$

S4.12 **Uvedený výsledek:** Naměřená hodnota měřky nominální délky 50 mm je 49.999926 mm ± 73 nm.

Uvedená rozšířená nejistota měření je stanovena jako standardní nejistota měření vynásobená koeficientem rozšíření  $k=2$ , což pro normální rozdělení odpovídá pravděpodobnosti pokrytí cca 95%.

**S4.13 Matematická poznámka k standardní nejistotě měření součinu dvou veličin s nulovou očekávanou hodnotou:** Pokud je uvažován součin dvou veličin a jeden či oba členy tohoto součinu mají očekávanou hodnotu rovnou nule, je třeba obvyklou metodu určení příspěvku k nejistotě založenou na linearizaci modelové funkce modifikovat. Pokud jsou členy součinu statisticky nezávislé s nenulovou očekávanou hodnotou, lze druhou mocninu relativní standardní nejistoty měření (relativní rozptyl) vztahující se k součinu vyjádřit bez linearizace pomocí druhých mocnin relativních nejistot vztahujících se k očekávaným hodnotám členů:

$$w^2(x_1 \cdot x_2) = w^2(x_1) + w^2(x_2) + w^2(x_1) \cdot w^2(x_2) \quad (\text{S4-3})$$

S využitím definice relativní standardní nejistoty měření je možné tento vztah snadno převést na obecný tvar:

$$u^2(x_1 \cdot x_2) = x_2^2 \cdot u^2(x_1) + x_1^2 \cdot u^2(x_2) + u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \quad (\text{S4-4})$$

Pokud jsou standardní nejistoty  $u(x_1)$  a  $u(x_2)$  vztahující se k očekávaným hodnotám  $x_1$  a  $x_2$  podstatně menší než příslušné absolutní hodnoty očekávaných hodnot lze třetí člen předchozího vztahu zanedbat. Výsledná rovnice pak reprezentuje obvyklý případ založený na linearizaci modelové funkce.

Pokud je ovšem absolutní hodnota některé z očekávaných hodnot, například  $|x_2|$ , podstatně menší nebo dokonce nulová než standardní nejistota  $u(x_2)$  vztahující se k očekávané hodnotě, lze ve vztahu S4-4 zanedbat člen (součin) obsahující tuto očekávanou hodnotu. Třetí člen vztahu S4-4 však v tomto případě nelze zanedbat. Výsledná rovnice pak má tvar:

$$u^2(x_1 \cdot x_2) \cong x_1^2 \cdot u^2(x_2) + u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \quad (\text{S4-5})$$

Pokud jsou absolutní hodnoty obou očekávaných hodnot podstatně menší nebo dokonce nulové ve srovnání k nim vztahujícím se standardním nejistotám, pouze třetí člen rovnice S4-4 přispívá významně k nejistotě:

$$u^2(x_1 \cdot x_2) \cong u^2(x_1) \cdot u^2(x_2) \quad (\text{S4-6})$$

## S5 Kalibrace termoelektrického článku typu N při 1000 °C

S5.1 Termočlánek typu N je kalibrován porovnáváním s dvěma referenčními termočlánsky typu R v horizontální peci při teplotě 1000 °C. Termoelektrické napětí termočlánsků je měřeno přes přepínač digitálním voltmetrem. Všechny termočlánsky mají referenční teplotu 0 °C. Kalibrovaný termoelektrický článek je připojen k referenčnímu bodu kompenzačním vedením.

S5.2 Teplota  $t_X$  v měřicím bodě kalibrovaného termočlánsku je:

$$t_X = t_S(V_{iS} + \delta V_{iS1} + \delta V_{iS2} + \delta V_R - \frac{\delta t_{0S}}{C_{S0}}) + \delta t_D + \delta t_F \cong$$

$$\cong t_S(V_{iS}) + C_S \cdot \delta V_{iS1} + C_S \cdot \delta V_{iS2} + C_S \cdot \delta V_R - \frac{C_S}{C_{S0}} \delta t_{0S} + \delta t_D + \delta t_F \quad (\text{S5-1})$$

S5.3 Napětí  $V_X$  mezi vodiči termočlánsku je při referenční teplotě 0 °C dáno vztahem:

$$V_X(t) \cong V_X(t_X) + \frac{\Delta t}{C_X} + \frac{\delta t_{0X}}{C_{X0}} = V_{iX} + \delta V_{iX1} + \delta V_{iX2} + \delta V_R + \delta V_{LX} + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{0X}}{C_{X0}} \quad (\text{S5-2})$$

|     |                                  |     |   |
|-----|----------------------------------|-----|---|
| kde | $t_S(V)$                         | ... | teplota referenčního termočlánsku vyjádřená napětím při referenční teplotě 0 °C. Funkce je uvedena v kalibračním listu. |
|     | $V_{iS}, V_{iX}$                 | ... | údaje voltmetru   |
|     | $\delta V_{iS1}, \delta V_{iX1}$ | ... | korekce napětí převzaté z kalibrace voltmetru   |
|     | $\delta V_{iS2}, \delta V_{iX2}$ | ... | korekce napětí z důvodu omezeného rozlišení voltmetru   |
|     | $\delta V_R$                     | ... | korekce napětí na vliv kontaktů přepínače   |
|     | $\delta t_{0S}, \delta t_{0X}$   | ... | korekce teploty vzhledem k odchylkám referenční teploty od 0 °C   |
|     | $C_S, C_X$                       | ... | napěťová citlivost termoelektrických čl. při měřicí teplotě 1000 °C   |
|     | $C_{S0}, C_{X0}$                 | ... | napěťová citlivost termoelektrických čl. při referenční teplotě 0 °C  |
|     | $\delta t_D$                     | ... | změny hodnot referenčních termočlánsků od jejich poslední kalibrace vlivem driftu                                       |
|     | $\delta t_F$                     | ... | korekce teploty vzhledem k nerovnoměrnosti teploty v peci   |
|     | $t$                              | ... | teplota při které má být termoelektrický článek kalibrován (kalibrační bod)   |
|     | $\_t=t-t_X$                      | ... | odchylka teploty v peci od teploty kalibračního bodu  |
|     | $\delta V_{LX}$                  | ... | korekce napětí vzhledem ke kompenzačnímu vedení   |

S5.4 Uváděným výsledkem je výstupní napětí termočlánsku vzhledem k teplotě měřicí části. Protože se měřicí proces skládá ze dvou částí - určení teploty v peci a určení termoelektrického napětí kalibrovaného termočlánsku - je stanovení nejistoty rozděleno na dvě části.

S5.5 **Referenční etalon** ( $t_S(V)$ ): Referenční termočlánsky jsou dodávány spolu kalibračními listy, které udávají vztah teploty měřicí části při referenční teplotě 0 °C a napětí mezi

vodiči termočlátku. Rozšířená nejistota měření je pro 1000 °C rovná  $U=0.3$  °C (koeficient rozšíření  $k=2$ ).

- S5.6 **Kalibrace voltmetru** ( $\delta V_{iS1}$ ,  $\delta V_{iX1}$ ): Voltmetr byl kalibrován. Na všechny naměřené hodnoty napětí jsou prováděny korekce. Kalibrační list uvádí konstatní rozšířenou nejistotu měření  $U=2.0$   $\mu$ V pro napětí menší než 50 mV (koeficient rozšíření  $k=2$ ).
- S5.7 **Rozlišení voltmetru** ( $\delta V_{iS2}$ ,  $\delta V_{iX2}$ ): Byl použit  $4^{1/2}$  místný mikrovoltmetr na rozsahu 10 mV, což vede na limit rozlišení  $\pm 0.5$   $\mu$ V pro každý údaj.
- S5.8 **Parazitní napětí** ( $\delta V_R$ ): Hodnota zbytkového parazitního napětí vztahujícího se k přepínacím kontaktům je odhadnuta v nulové výši s limitem  $\pm 2$   $\mu$ V.
- S5.9 **Referenční teploty** ( $\delta_{0S}$ ,  $\delta_{0X}$ ): Teplota referenčního bodu každého termočlátku je rovna 0 °C s rozmezím  $\pm 0.1$  °C.
- S5.10 **Napět'ová citlivost** ( $C_S$ ,  $C_X$ ,  $C_{S0}$ ,  $C_{X0}$ ): Napět'ová citlivost termoelektrických článků byla převzata z referenčních tabulek:

|                        | 1000 °C                 | 0 °C                       |
|------------------------|-------------------------|----------------------------|
| referenční termočlánek | $C_S=0,077$ °C/ $\mu$ V | $C_{S0}=0,189$ °C/ $\mu$ V |
| neznámý termočlánek    | $C_X=0,026$ °C/ $\mu$ V | $C_{S0}=0,039$ °C/ $\mu$ V |

- S5.11 **Drift referenčního etalonu** ( $\delta_D$ ): Na základě předchozích kalibrací je drift referenčních etalonů odhadnut v nulové výši s limitem  $\pm 0.3$  °C.
- S5.12 **Teplotní gradient** ( $\delta_F$ ): Teplotní gradient uvnitř pece byl změřen. Při 1000 °C jsou odchylky teploty v měřicí oblasti v důsledku nerovnoměrného rozdělení teplot v rozmezí  $\pm 1$  °C.
- S5.13 **Kompenzační kabely** ( $\delta V_{LX}$ ): Kompenzační kabely byly prověřovány v rozmezí teplot 0 °C až 40 °C. Na základě toho byly napět'ové rozdíly mezi kabely a vodiči termočlátku odhadnuty v rozmezí  $\pm 5$   $\mu$ V.
- S5.14 **Měření** ( $V_{iS}$ ,  $t_S(V_{iS})$ ,  $V_{iX}$ ): Údaje voltmetru jsou zaznamenávány dále uvedeným postupem, kdy každý termočlánek je odečítán čtyřikrát a kdy je redukován vliv teplotního driftu v tepelném zdroji a parazitní teplotní napětí v měřícím obvodu:

1. cyklus:

- etalon, kalibrovaný termoelektrický článek, 2. etalon
- etalon, kalibrovaný termoelektrický článek, 1. etalon

Změna polarity

2. cyklus:

- etalon, kalibrovaný termoelektrický článek, 2. etalon

## 2. etalon, kalibrovaný termoelektrický článek, 1. etalon

S5.15 Postup vyžaduje, aby rozdíl mezi dvěma referenčními etalony nepřekročil  $\pm 0.3$  °C. Jestliže je rozdíl mimo tento limit, musí být pozorování opakováno a/nebo musí být prověřeny důvody takto velké odchylky.

| Termočlánek                      | 1. etalon             | kalibrovaný          | 2. etalon            |
|----------------------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|
| indikované napětí,<br>po korekci | +10500 $\mu\text{V}$  | +36245 $\mu\text{V}$ | +10503 $\mu\text{V}$ |
|                                  | +10503 $\mu\text{V}$  | +36248 $\mu\text{V}$ | +10503 $\mu\text{V}$ |
|                                  | -10503 $\mu\text{V}$  | -36248 $\mu\text{V}$ | -10505 $\mu\text{V}$ |
|                                  | -10504 $\mu\text{V}$  | -36251 $\mu\text{V}$ | -10505 $\mu\text{V}$ |
| průměrné napětí                  | 10502,5 $\mu\text{V}$ | 36248 $\mu\text{V}$  | 10504 $\mu\text{V}$  |
| teplota měřicí části             | 1000,4 °C             |                      | 1000,6 °C            |
| teplota v peci                   |                       | 1000,5 °C            |                      |

S5.16 Pro každý termočlánek (viz výše uvedená tabulka) jsou provedena čtyři odečtení hodnot a z nich určeny průměrné hodnoty. Hodnoty napětí zjištěné na referenčních termočláncích jsou přepočteny na teplotu pomocí vztahu teplota-napětí uvedeném v jejich kalibračních listech. Zjištěné hodnoty teploty jsou vysoce korelovány (korelační faktor je téměř roven jedné). Proto jsou tyto teploty (prostřednictvím průměrných hodnot) sloučeny pouze do jediného pozorování. Toto pozorování je pak považováno za teplotu peci v místě, kde je umístěn kalibrovaný termočlánek. Obdobným způsobem je pak získána jedna hodnota (pozorování) napětí kalibrovaného termočlánu. Pro stanovení nejistoty měření spojené s těmito pozorováními byla již dříve provedena série deseti měření při stejné teplotě. Z této série měření byl získán souhrnný odhad směrodatné odchylky teploty peci a napětí kalibrovaného termoelektrického článku.

Příslušné standardní nejistoty měření pozorovaných veličin jsou:

souhrnný odhad směrodatné odchylky:

$$s_P(t_S) = 0.10^\circ\text{C}$$

standardní nejistota:

$$u(t_S) = \frac{s_P(t_S)}{\sqrt{1}} = 0.10^\circ\text{C}$$

souhrnný odhad směrodatné odchylky:

$$sP(V_{iX}) = 1.6 \mu V$$

standardní nejistota:

$$u(V_{iX}) = \frac{sP(V_{iX})}{\sqrt{1}} = 1.6 \mu V$$

### S5.17 Přehled nejistot ( $t_x$ teplota v peci):

| veličina         | odhad     | standardní nejistota | pravděpodobnostní rozdělení | citlivostní koeficient | příspěvek k nejistotě |
|------------------|-----------|----------------------|-----------------------------|------------------------|-----------------------|
| $X_i$            | $x_i$     | $u(x_i)$             |                             | $c_i$                  | $u_i(y)$              |
| $t_S$            | 1000.5 °C | 0.10 °C              | normální                    | 1.0                    | 0.1 °C                |
| $\delta V_{iS1}$ | 0 $\mu V$ | 1.00 $\mu V$         | normální                    | 0.077 °C/ $\mu V$      | 0.077 °C              |
| $\delta V_{iS2}$ | 0 $\mu V$ | 0.29 $\mu V$         | rovnoměrné                  | 0.077 °C/ $\mu V$      | 0.022 °C              |
| $\delta V_R$     | 0 $\mu V$ | 1.15 $\mu V$         | rovnoměrné                  | 0.077 °C/ $\mu V$      | 0.089 °C              |
| $\delta_{oS}$    | 0 °C      | 0.058 °C             | rovnoměrné                  | -0.407                 | -0.024 °C             |
| $\delta_S$       | 0 °C      | 0.15 °C              | normální                    | 1.0                    | 0.15 °C               |
| $\delta_D$       | 0 °C      | 0.173 °C             | rovnoměrné                  | 1.0                    | 0.173 °C              |
| $\delta_F$       | 0 °C      | 0.577 °C             | rovnoměrné                  | 1.0                    | 0.577 °C              |
| $t_X$            | 1000.5 °C |                      |                             |                        | 0.641 °C              |

### S5.18 Přehled nejistot (termoelektrické napětí $V_X$ kalibrovaného termočláčku)

| veličina | odhad | standardní nejistota | pravděpodobnostní rozdělení | citlivostní koeficient | příspěvek k nejistotě |
|----------|-------|----------------------|-----------------------------|------------------------|-----------------------|
| $X_i$    | $x_i$ | $u(x_i)$             |                             | $c_i$                  | $u_i(y)$              |

|                  |                        |                          |            |                                      |                     |
|------------------|------------------------|--------------------------|------------|--------------------------------------|---------------------|
| $V_{IX}$         | 36248 $\mu\text{V}$    | 1.6 $\mu\text{V}$        | normální   | 1.0                                  | 1.6 $\mu\text{V}$   |
| $\delta V_{IX1}$ | 0 $\mu\text{V}$        | 1.00 $\mu\text{V}$       | normální   | 1.0                                  | 1.00 $\mu\text{V}$  |
| $\delta V_{IX2}$ | 0 $\mu\text{V}$        | 0.29 $\mu\text{V}$       | rovnoměrné | 1.0                                  | 0.29 $\mu\text{V}$  |
| $\delta V_R$     | 0 $\mu\text{V}$        | 1.15 $\mu\text{V}$       | rovnoměrné | 1.0                                  | 1.15 $\mu\text{V}$  |
| $\delta V_{LX}$  | 0 $\mu\text{V}$        | 2.9 $\mu\text{V}$        | rovnoměrné | 1.0                                  | 2.9 $\mu\text{V}$   |
| $_t$             | 0.5 $^{\circ}\text{C}$ | 0.641 $^{\circ}\text{C}$ | normální   | 38.5 $\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$  | 24.5 $\mu\text{V}$  |
| $\delta_{OX}$    | 0 $^{\circ}\text{C}$   | 0.058 $^{\circ}\text{C}$ | rovnoměrné | -25.6 $\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$ | -1.48 $\mu\text{V}$ |
| $V_X$            | 36229 $\mu\text{V}$    |                          |            |                                      | 25.0 $\mu\text{V}$  |

### S5.19 Rozšířená nejistota

Rozšířená nejistota měření vztahující se k měření teploty v peci je:

$$U = k \cdot u(t_X) = 2 \cdot 0.0641^{\circ}\text{C} \cong 1.3^{\circ}\text{C}$$

Rozšířená nejistota měření vztahující se k hodnotě termoelektrického napětí kalibrovaného termočlánku je:

$$U = k \cdot u(V_X) = 2 \cdot 25.0 \mu\text{V} \cong 50 \mu\text{V}$$

### S5.20 Uvedený výsledek

Termočlánek typu N udává pro teplotu 1000  $^{\circ}\text{C}$  (při referenční teplotě 0  $^{\circ}\text{C}$ ) hodnotu termoelektrického napětí ve výši 36230  $\mu\text{V} \pm 50 \mu\text{V}$ .

Uvedená rozšířená nejistota měření je vyjádřena jako standardní nejistota měření vynásobená koeficientem rozšíření  $k=2$ , což pro normální rozdělení odpovídá pravděpodobnosti pokrytí cca 95%.



## S6 Kalibrace výkonového senzoru při frekvenci 18 GHz

S6.1 Měření zahrnuje kalibraci neznámého výkonového senzoru s použitím kalibrovaného výkonového senzoru. Oba senzory jsou střídavě připojovány k stabilnímu přenosovému etalonu s definovaným malým koeficientem odrazu. Při měření je zjišťován kalibrační faktor, který je definován jako poměr dopadajících výkonů při referenční frekvenci 50 MHz a frekvenci při které je kalibrace prováděna. Měření probíhá za podmínky, že oba dopadající výkony mají stejnou odezvu výkonového senzoru. Při každé frekvenci je pomocí dvojitého měřiče výkonu (s možností měřit poměr veličin na vstupu) určen poměr výkonů pro kalibrovaný senzor, resp. referenční senzor a interní senzor, který je součástí přenosového etalonu.

S6.2 Schéma měření

S6.3 Veličina  $K$ , která je některými výrobci nazývána "kalibrační faktor", je definována jako:

$$K = \frac{P_{lr}}{P_{lc}} = \frac{(1 + |\Gamma_r|^2) P_{Ar}}{(1 + |\Gamma_c|^2) P_{Ac}} \quad (\text{S6-A})$$

pro shodnou indikaci měřiče výkonu

|     |          |     |   |
|-----|----------|-----|---|
| kde | $P_{lr}$ | ... | dopadající výkon při referenční frekvenci (50 MHz)          |
|     | $P_{lc}$ | ... | dopadající výkon při kalibrační frekvenci                   |
|     | $G_r$    | ... | napěťový koeficient odrazu senzoru při referenční frekvenci |
|     | $G_c$    | ... | napěťový koeficient odrazu senzoru při kalibrační frekvenci |
|     | $P_{Ar}$ | ... | výkon absorbovaný senzorem při referenční frekvenci         |
|     | $P_{Ac}$ | ... | výkon absorbovaný senzorem při kalibrační frekvenci         |

S6.4 Kalibrační faktor neznámého senzoru je stanoven ze vztahu:

$$K_X = (K_S + \delta K_D) \frac{M_{Sr} M_{Xc}}{M_{Sc} M_{Xr}} p_{Cr} p_{Cc} p \quad (\text{S6-B})$$

|     |          |     |   |
|-----|----------|-----|---|
| kde | $K_S$    | ... | kalibrační faktor referenčního výkonového senzoru   |
|     | $dK_D$   | ... | změna kalibračního faktoru referenčního výkonového senzoru od jeho poslední kalibrace vlivem driftu                   |
|     | $M_{Sr}$ | ... | koeficient nepřizpůsobení referenčního senzoru při referenční frekvenci   |
|     | $M_{Sc}$ | ... | koeficient nepřizpůsobení senzoru etalonu přenosu při kalibrační frekvenci  |
|     | $M_{Xr}$ | ... | koeficient nepřizpůsobení kalibrovaného senzoru při referenční frekvenci  |
|     | $M_{Xc}$ | ... | koeficient nepřizpůsobení kalibrovaného senzoru při kalibrační frekvenci  |
|     | $p_{Cr}$ | ... | korekce zjištěného poměru na nelinearitu a omezené rozlišení měřiče výkonu na hladině výkonu při referenční frekvenci |
|     | $p_{Cc}$ | ... | korekce zjištěného poměru na nelinearitu a omezené rozlišení měřiče výkonu na hladině výkonu při kalibrační frekvenci |
|     | $p$      | ... | zjištěn poměr poměrů výkonů stanovený dle vztahu:   |

$$p = \frac{p_{Sr} p_{Xc}}{p_{Sc} p_{Xr}}$$

|          |     |   |
|----------|-----|---|
| $p_{Sr}$ | ... | indikovaný poměr výkonu pro referenční senzor při referenční frekvenci  |
| $p_{Sc}$ | ... | indikovaný poměr výkonu pro referenční senzor při kalibrační frekvenci  |
| $p_{Xr}$ | ... | indikovaný poměr výkonu pro kalibrovaný senzor při referenční frekvenci |
| $p_{Xc}$ | ... | indikovaný poměr výkonu pro kalibrovaný senzor při kalibrační frekvenci |

S6.5 **Referenční senzor ( $K_S$ ):** Referenční senzor byl kalibrován šest měsíců před tím, než byl použit pro kalibraci neznámého senzoru. V kalibračním listu referenčního senzoru je uvedena hodnota kalibračního faktoru  $(95.7 \pm 1.1)\%$  (koeficient rozšíření  $k=2$ ), která může být vyjádřena i ve tvaru  $0.957 \pm 0.011$ .

S6.6 **Drift referenčního senzoru ( $dK_D$ ):** Drift kalibračního faktoru referenčního etalonu je odhadnut z každoroční kalibrace ve výši  $-0.002/\text{rok}$  s odchylkou  $\pm 0.004$ . Z těchto hodnot je pak odhadnut drift referenčního senzoru, který byl kalibrován před půl rokem, ve výši  $-0.001$  s odchylkou v rozmezí  $\pm 0.002$ .

- S6.7 **Linearita a rozlišení měřiče výkonu** ( $p_{Cr}$ ,  $p_{Cc}$ ): Hodnoty udávané měřičem výkonu jsou vlivem nelinearity na výkonové hladině při referenční frekvenci zatíženy rozšířenou nejistotou ve výši 0.002 (koeficient rozšíření  $k=2$ ) a na výkonové hladině při kalibrační frekvenci pak hodnotou rozšířené nejistoty ve výši 0.0002 (koeficient rozšíření  $k=2$ ). Tyto hodnoty byly získány z předchozích měření. Protože je pro zjišťování hodnot  $p_S$  a  $p_X$  použit stejný měřič výkonu, jsou příspěvky k nejistotě při referenční a kalibrační frekvenci korelované. Protože jsou poměry výkonu uvažovány pro obě frekvence, vede korelace k redukci nejistoty. Z tohoto důvodu je nutné vzít do úvahy pouze relativní rozdíl v načtených hodnotách vznikající systematickými vlivy (viz matematická poznámka v článku S3.12). Z toho vyplývá standardní nejistota 0.00142 vztahující se ke korekčnímu faktoru  $p_{Cr}$ , resp. 0.000142 pro korekční faktor  $p_{Cc}$ .

Rozšířená nejistota měření vyjadřovaná pro naměřené hodnoty měřiče výkonu obsahuje vlivy linearity a rozlišení. Vlivy linearity jsou korelované, zatímco vlivy rozlišení jsou nekorelované. Jak je uvedeno v S3.12, použití poměru výkonů ruší vliv korelací a snižuje standardní nejistotu měření vztahující se k tomuto poměru. Ve výše uvedeném výpočtu však nejsou známy oddělené korelované a nekorelované příspěvky a uvedené hodnoty představují horní mez standardní nejistoty měření vztahující se k poměru. Přehled nejistot uvádí, že příspěvky pocházející z těchto poměrů jsou nevýznamné, což opodstatňuje použití aproximace.

- S6.8 **Koeficient nepřizpůsobení** ( $M_{Sr}$ ,  $M_{Sc}$ ,  $M_{Xr}$ ,  $M_{Xc}$ ): Etalon přenosu není perfektně přizpůsoben a fáze koeficientů odrazu etalonu přenosu, neznámého a známého výkonového senzoru nejsou známy. Nepřizpůsobení senzorů pro referenční frekvenci a kalibrační frekvenci vede k příspěvku k nejistotě. Odpovídající limity odchylek jsou spočteny z referenční a kalibrační frekvence dle vztahu:

$$M_{S,X} = 1 \pm 2/\Gamma_G // \Gamma_{S,X} / \quad (S6-C)$$

kde hodnoty koeficientů odrazu etalonu přenosu, referenčního senzoru a kalibrovaného senzoru jsou:

|            | 50 MHz | 18 GHz |
|------------|--------|--------|
| $\Gamma_G$ | 0.02   | 0.07   |
| $\Gamma_S$ | 0.02   | 0.10   |
| $\Gamma_X$ | 0.02   | 0.12   |

Jednotlivé příspěvky mají U rozdělení. Tento fakt je respektován tím, že konstanta 1/3 pro rovnoměrné rozdělení je nahrazen konstantou 1/2 při výpočtu rozptylu z druhé mocniny poloviny rozpětí. Standardní nejistota pocházející z nepřizpůsobení se stanoví dle vztahu:

$$u(M_{S,X}) = \frac{2/\Gamma_G // \Gamma_S /}{\sqrt{2}} \quad (S6-D)$$

Poznámka: Hodnoty koeficientů odrazu jsou výsledky měření, která jsou rovněž zatížena nejistotou. Tento fakt je respektován přidáním druhé odmocniny součtu kvadrátů nejistot a kvadrátu naměřené hodnoty.

S6.9 **Korelace:** Nepředpokládají se žádné významné korelace mezi vstupními veličinami.

S6.10 **Měření:** Jsou provedena tři odečtení hodnot. Pro zahrnutí vlivu konektoru je před každým odečtem provedeno odpojení a opětovné připojení referenčního senzoru a kalibrovaného senzoru k přenosovému etalonu. Odečty měřiče výkonu, které byly použity pro výpočet poměru  $p$  uvádí následující tabulka:

| pozorování | $p_{Sr}$ | $p_{Sc}$ | $p_{Xr}$ | $p_{Xc}$ | $p$    |
|------------|----------|----------|----------|----------|--------|
| 1          | 1.0001   | 0.9924   | 1.0001   | 0.9698   | 0.9772 |
| 2          | 1.0000   | 0.9942   | 1.0000   | 0.9615   | 0.9671 |
| 3          | 0.9999   | 0.9953   | 1.0001   | 0.9792   | 0.9836 |

aritmetický průměr:

$$\bar{p} = 0.9760$$

výběrová směrodatná odchylka:

$$s(p) = 0.0083$$

standardní nejistota:

$$u(p) = s(\bar{p}) = \frac{0.0083}{\sqrt{3}} = 0.0048$$

S6.11 Přehled nejistot ( $K_X$ ):

| veličina | odhad  | standardní nejistota | pravděpodobnostní rozdělení | citlivostní koeficient | příspěvek k nejistotě |
|----------|--------|----------------------|-----------------------------|------------------------|-----------------------|
| $X_i$    | $x_i$  | $u(x_i)$             |                             | $c_i$                  | $u_i(y)$              |
| $K_S$    | 0.957  | 0.0055               | normální                    | 0.976                  | 0.00537               |
| $dK_D$   | -0.001 | 0.0012               | rovnoměrné                  | 0.976                  | 0.00113               |
| $M_{Sr}$ | 1.000  | 0.0006               | U                           | 0.933                  | 0.00053               |
| $M_{Sc}$ | 1.000  | 0.0099               | U                           | -0.933                 | 0.00924               |
| $M_{Xr}$ | 1.000  | 0.0006               | U                           | -0.933                 | -0.00053              |
| $M_{Xc}$ | 1.000  | 0.0119               | U                           | 0.933                  | 0.01110               |
| $p_{Cr}$ | 1.000  | 0.0014               | normální                    | 0.933                  | 0.00132               |
| $p_{Cc}$ | 1.000  | 0.0001               | normální                    | 0.933                  | 0.00013               |
| $p$      | 0.976  | 0.0048               | normální                    | 0.956                  | 0.00459               |
| $K_X$    | 0.933  |                      |                             |                        | 0.01623               |

## S6.12 Rozšířená nejistota:

$$U = k \cdot u(k_X) = 2 \cdot 0.01623 \cong 0.032$$

## S6.13 Uvedený výsledek:

Kalibrační faktor výkonového senzoru při frekvenci 18 GHz je  $0.933 \pm 0.032$ , což lze vyjádřit i jako  $(93.3 \pm 3.2)\%$ .

Uvedená rozšířená nejistota je stanovena jako standardní nejistota vynásobená koeficientem rozšířením  $k=2$ , což pro normální rozdělení odpovídá pravděpodobnosti pokrytí přibližně 95%.

## S7 Kalibrace koaxiálního stupňového útlumového článku pro nastavení 30 dB (přírůstková ztráta)

S7.1 Měření spočívá v kalibraci koaxiálního stupňového útlumového článku při frekvenci 10 GHz. Pro měření je použit měřicí systém pro měření útlumu obsahující kalibrovaný stupňový útlumový článek fungující jako referenční útlum. Postup měření zahrnuje stanovení útlumu mezi přizpůsobeným zdrojem a přizpůsobenou zátěží. Měřený útlumový článek je přepínán mezi hodnotami 0 a 30 dB a při měření je zjišťována skutečná hodnota útlumu (resp. tzv. přírůstková ztráta). Měřicí systém pro měření útlumu má číslicový displej a analogový indikátor pro zjišťování vyvážených podmínek.

S7.2 Schéma měřicího systému:

S7.3 Útlum  $L_x$  kalibrovaného útlumového článku se stanoví dle vztahu:

$$L_X = L_S + \delta L_S + \delta L_D + \delta L_M + \delta L_K + \delta L_{ib} - \delta L_{ia} + \delta L_{0b} - \delta L_{0a} \quad (S7-A)$$

|     |                         |     |   |
|-----|-------------------------|-----|---|
| kde | $L_S = L_{ib} - L_{ia}$ | ... | rozdíl v útlumu referenčního útlumového článku  |
|     | $L_{ia}$                | ... | indikovaný útlum pro kalibrovaný útlumový článek nastavený na hodnotu 0 dB                              |
|     | $L_{ib}$                | ... | indikovaný útlum pro kalibrovaný útlumový článek nastavený na hodnotu 30 dB                             |
|     | $dL_S$                  | ... | korekce z kalibrace referenčního útlumového článku  |
|     | $dL_D$                  | ... | změna útlumu referenčního útlumového článku od jeho poslední kalibrace vlivem driftu                    |
|     | $dL_M$                  | ... | korekce na ztráty z důvodu nepřizpůsobení   |
|     | $dL_K$                  | ... | korekce na přeslech mezi vstupem a výstupem kalibrovaného útlumového článku z důvodu nedokonalé izolace |
|     | $dL_{ia}, dL_{ib}$      | ... | korekce na omezené rozlišení měřicího zařízení pro nastavení 0 a 30 dB                                  |
|     | $dL_{0a}, dL_{0b}$      | ... | korekce na omezené rozlišení indikátoru vyvážených podmínek pro nastavení na hodnoty 0 a 30 dB          |

S7.4 **Referenční útlumový článek** ( $dL_S$ ): Kalibrační list referenčního útlumového článku uvádí při 10 GHz pro nastavení 30.000 dB hodnotu útlumu 30.003 dB a rozšířenou nejistotu měření 0.005 dB (koeficient rozšíření  $k=2$ ). Korekce +0.003 dB a rozšířená

nejistota měření 0.005 dB (koeficient rozšíření  $k=2$ ) jsou uvažovány pro ty případy, kdy nastavení útlumu referenčního útlumového článku se neliší více jak o  $\pm 0.1$  dB od nastavení kalibrovaného útlumového článku na 30.000 dB.

**S7.5 Drift referenčního útlumového článku ( $dL_D$ ):** Drift útlumu referenčního útlumového článku je odhadnut na základě dřívějších kalibrací v nulové výši s limitem  $\pm 0.002$  dB.

**S7.6 Ztráty z nepřizpůsobení ( $dL_M$ ):** Koeficienty odrazu zdroje a zátěže na přípojních místech kalibrovaného útlumového článku byly optimalizovány impedančním přizpůsobením na nejmenší možnou hodnotu. Jejich velikosti a velikosti rozptylových koeficientů kalibrovaného útlumového článku byly změřeny, ale jejich fáze jsou neznámé. Bez informace o fázi nemůže být provedena korekce na nepřizpůsobení. Standardní nejistotu (v dB) vztahující se k neúplné informaci o přizpůsobení však lze odhadnout z následující rovnice [1]:

$$u(\delta L_M) = \frac{8.686}{\sqrt{2}} \sqrt{\Gamma_S^2 \cdot (|s_{11a}|^2 + |s_{11b}|^2) + \Gamma_L^2 \cdot (|s_{22a}|^2 + |s_{22b}|^2) + \Gamma_S^2 \cdot \Gamma_L^2 \cdot (|s_{21a}|^2 + |s_{21b}|^2)}$$

(S7-B)

Po dosazení za koeficienty odrazu zdroje a zátěže  $G_L=0.03$  a  $G_S=0.03$  a rozptylové koeficienty kalibrovaného útlumového článku při 10 GHz:

|          | 0 dB | 30 dB |
|----------|------|-------|
| $s_{11}$ | 0.05 | 0.09  |
| $s_{22}$ | 0.01 | 0.01  |
| $s_{21}$ | 0.95 | 0.031 |

vychází hodnota nejistoty  $u(dL_M)=0.02$  dB.

Poznámka: Hodnoty rozptylových koeficientů a koeficientů odrazu jsou výsledky měření, o nichž nemáme bližší informace. Tento fakt je respektován přidáním druhé odmocniny součtu kvadrátů nejistot a kvadrátu naměřené hodnoty.

**S7.7 Korekce na přeslech ( $dL_R$ ):** Přeslech signálů v kalibrovaném útlumovém článku byl odhadnut na základě měření pro nastavení 0 dB ve výši nejméně 100 dB pod úroveň měřeného signálu. Z těchto údajů je pro nastavení 30 dB odhadnuta korekce na přeslech v rozmezí  $\pm 0.003$  dB.

**S7.8 Rozlišení nastavení referenčního útlumového článku ( $dL_{ia}$ ,  $dL_{ib}$ ):** Digitální výstup referenčního útlumového článku má rozlišení 0.001 dB z kterého lze odhadnout korekci na rozlišení ve výši  $\pm 0.0005$  dB.

S7.9 **Rozlišení indikátoru vyvážených podmínek** ( $dL_{0a}$ ,  $dL_{0b}$ ): Při dříve provedeném vyhodnocení bylo určeno, že rozlišení indikátoru má standardní odchylku 0.002 dB pro každý odečet a zároveň že se pro něj předpokládá normální rozdělení.

S7.10 **Korelace**: Nepředpokládá se, že by vstupní veličiny byly významně korelované.

S7.11 **Měření**: Pro zjištění přírůstkové ztráty mezi nastavením 0 a 30 dB kalibrovaného útlumového článku byla provedena 4 pozorování:

| Pozorování | zjištěné hodnoty při |                 |
|------------|----------------------|-----------------|
|            | nastavení 0 dB       | nastavení 30 dB |
| 1          | 0.000 dB             | 30.033 dB       |
| 2          | 0.000 dB             | 30.058 dB       |
| 3          | 0.000 dB             | 30.018 dB       |
| 4          | 0.000 dB             | 30.052 dB       |

aritmetický průměr:

$$\overline{L_S} = 30.040 \text{ dB}$$

výběrová směrodatná odchylka:

$$s(L_S) = 0.018 \text{ dB}$$

standardní nejistota:

$$u(L_S) = s(\overline{L_S}) = \frac{0.018 \text{ dB}}{\sqrt{4}} = 0.009 \text{ dB}$$



S7.12 **Přehled nejistot ( $L_X$ ):**

| veličina  | odhad     | standardní nejistota | pravděpodobnostní rozdělení | citlivostní koeficient | příspěvek k nejistotě |
|-----------|-----------|----------------------|-----------------------------|------------------------|-----------------------|
| $X_i$     | $x_i$     | $u(x_i)$             |                             | $c_i$                  | $u_i(y)$              |
| $L_S$     | 30.040 dB | 0.0090 dB            | normální                    | 1.0                    | 0.0090 dB             |
| $dL_S$    | 0.003 dB  | 0.0025 dB            | rovnoměrné                  | 1.0                    | 0.0025 dB             |
| $dL_D$    | 0 dB      | 0.0011 dB            | U rozdělení                 | 1.0                    | 0.0011 dB             |
| $dL_M$    | 0 dB      | 0.0200 dB            | U rozdělení                 | 1.0                    | 0.0200 dB             |
| $dL_K$    | 0 dB      | 0.0017 dB            | U rozdělení                 | 1.0                    | 0.0017 dB             |
| $dL_{ia}$ | 0 dB      | 0.0003 dB            | U rozdělení                 | -1.0                   | -0.0003 dB            |
| $dL_{ib}$ | 0 dB      | 0.0003 dB            | rovnoměrné                  | 1.0                    | 0.0019 dB             |
| $dL_{0a}$ | 0 dB      | 0.0020 dB            | rovnoměrné                  | -1.0                   | 0.0020 dB             |
| $dL_{0b}$ | 0 dB      | 0.0020 dB            | normální                    | 1.0                    | -0.0020 dB            |
| $L_X$     | 30.043 dB |                      |                             |                        | 0.0224 dB             |

S7.13 **Rozšířená nejistota:**

$$U = k \cdot u(L_X) = 2 \cdot 0.0224 \text{ dB} \cong 0.045 \text{ dB}$$

S7.14 **Uvedený výsledek:**

Naměřená hodnota stupňového útlumového článku pro nastavení 30 dB při frekvenci 10 GHz je (30.043±0.045) dB.

Uvedená rozšířená nejistota měření je vyjádřena jako standardní nejistota měření vynásobená koeficientem rozšíření  $k=2$ , což pro normální rozdělení odpovídá pravděpodobnosti pokrytí cca 95%.

S7.15 **Literatura**

- [1] Harris, I. A., Warner, F. L.: Re-examination of mismatch uncertainty when measuring microwave power and attenuation. In: IEE Proc., Vol. 128, Pt. H, No. 1, Febr. 1981

# DOPLNĚK 2

## PŘÍKLADY

### Obsah

|    |   |    |
|----|---|----|
| S1 | ÚVOD.....   | 24 |
| S2 | KALIBRACE ZÁVAŽÍ O NOMINÁLNÍ HODNOTĚ 10 KG.....   | 25 |
| S3 | KALIBRACE ETALONU ODPORU O NOMINÁLNÍ HODNOTĚ 10 K $\Omega$ .....                                    | 27 |
| S4 | KALIBRACE MĚREK O NOMINÁLNÍ DÉLCE 50 MM.....  | 31 |
| S5 | KALIBRACE TERMOELEKTRICKÉHO ČLÁNKU TYPU N PŘI 1000 $\mu$ C....                                      | 35 |
| S6 | KALIBRACE VÝKONOVÉHO SENZORU PŘI FREKVENCI 18 GHZ.....  | 40 |
| S7 | KALIBRACE KOAXIÁLNÍHO STUPŇOVÉHO ÚTLUMOVÉHO ČLÁNKU<br>PRO NASTAVENÍ 30 DB (PŘÍRŮSTKOVÁ ZTRÁTA)..... | 45 |

## S8 ÚVOD

- S8.1 Následující příklady jsou vybrány tak, aby dále předvedly metody stanovení nejistoty měření. Doplnují příklady, které jsou uvedené v Doplnku 1 publikace EAL-R2 (1. vydání, listopad 1997). Tato sbírka příkladů se zaměřuje na situace, v nichž se na tvorbě nejistoty podílí jeden popřípadě dva dominantní členy nebo kdy počet opakovaných měření je malý.
- S8.2 Příklady jsou vybrány tak, aby ilustrovaly situace, s nimiž se setkáváme v praxi. Mělo by se však zdůraznit, že v praktických aplikacích není zapotřebí dělat matematická odvození, která jsou uvedena v těchto příkladech; zejména v matematických poznámkách připojených k některým příkladům. Uživatel by se neměl zdráhat využít výsledky teoretických prací, jakmile se seznámí s podmínkami, kterým se musí vyhovět. Například jestliže se v dané situaci zjistí, že výsledky měření mají rovnoměrné rozdělení (což nastane v případě jednoho členu, který má rovnoměrné rozdělení, jehož vliv na nejistotu je nutné uvažovat), lze ihned učinit závěr, že pro pravděpodobnost pokrytí 95% se musí použít koeficient rozšíření  $k = 1,65$  (viz S9.14).
- S8.3 **Obecný závěr, který lze učinit z tvorby nejistoty je, že v případě pouze jednoho hlavního příspěvku k nejistotě typ rozdělení tohoto příspěvku platí i pro výsledek měření. Ke stanovení nejistoty výsledku měření se jako obvykle musí využít příslušný koeficient citlivosti.**
- S8.4 Mělo by se dodat, že se situací, kdy k nejistotě měření přispívá pouze jeden nebo několik málo dominantních členů, se často setkáváme v souvislosti s méně složitými měřicími přístroji, u nichž je dominantní člen nejistoty často způsoben omezenou rozlišovací schopností přístroje. Proto se může zdát paradoxní, že zpracování nejistoty měření pro méně složité přístroje, jak je ukázáno na příkladech tohoto Dodatku, je mnohem složitější, než zpracování přímočarých příkladů v Doplnku 1. Je však zapotřebí mít na zřeteli, že matematická odvození, která lze vnímat jako komplikaci, nejsou popsána v hlavním dokumentu, ale jsou z pedagogických důvodů uvedena v místech, kde jsou potřebná.
- S8.5 Příklady vycházejí z návrhů připravených expertními skupinami EA. Tyto návrhy byly zjednodušeny a sladěny tak, aby byly transparentní pracovníkům laboratoří ve všech oborech kalibrací. Tato sestava příkladů, podobně jako předcházející série publikovaná v Doplnku 1 publikace EAL-R2, snad přispěje k lepšímu porozumění detailům, z nichž je sestaven model stanovení nejistot, a rovněž i ke sladění procesu stanovení nejistoty měření, a to nezávisle na oboru kalibrace.
- S8.6 Příspěvky k nejistotě a hodnoty uvedené v příkladech nejsou míněny jako závazné nebo jako přednostně vyžadované. Laboratoře by měly určit příspěvky k nejistotě na základě modelové funkce, kterou používají při vyhodnocení konkrétní prováděné kalibrace a uvést stanovené nejistoty měření na kalibračním listu, který vydávají.
- S8.7 Uvedené příklady dodržují obecné schéma použité v prvním doplnku EAL-R2. V odstavci S1.4 tohoto dokumentu nalezne čtenář další detaily.

- S8.8 Záměrem analýzy nejistoty uvedených příkladů je ukázat základy určitých měřicích postupů a předvést metodu stanovení výsledku měření a s ním spojené nejistoty. Pro výběr symbolů veličin byla zvolena jednotná metoda tak, aby analýza byla srozumitelná i těm, kdo nejsou experty v příslušné oblasti metrologie a výklad se zaměřil spíše na fyzikální podstatu než na praxi, obvykle užívanou v různých oborech.
- S8.9 Ve všech uvedených případech je použito několik rekurentních veličin. Jednou z nich je měřená veličina, druhou je veličina představovaná pracovním etalonem, který realizuje lokálně používanou jednotku. S touto veličinou se měřená veličina porovnává. V uvedených případech je kromě těchto dvou veličin řada dalších, které mají roli dalších lokálních veličin nebo korekcí.
- S8.10 Korekce popisují nedokonalou rovnost mezi měřenou veličinou a výsledkem měření. Některé z korekcí jsou dány úplnými výsledky měření, tj. změřenou hodnotou a nejistotou měření, která se k ní vztahuje. V dalších případech je rozdělení hodnot odvozeno více méně z důkladné znalosti jejich podstaty. Toto povede ve většině případů k odhadu mezí neznámých odchylek.
- S8.11 V některých případech je veličina představovaná pracovním etalonem charakterizována jmenovitou hodnotou etalonu. To znamená, že do analýzy nejistoty často vstupují jmenovité hodnoty, které obecně řečeno charakterizují nebo určují vytvořený kalibrační etalon.
- S8.12 Příklady byly navrženy tak, aby se mohla dodržet pravidla zápisu, která jsou uvedena níže a přitom aby se mohly odlišit matematické modely stanovení nejistot ve výše uvedených pojetích. Je zřejmé, že pravidla zápisu nelze striktně dodržet, neboť praktické používání značek se různých oblastech metrologie vzájemně liší.
- S8.13 Použité značení rozlišuje mezi hlavními hodnotami, jmenovitými hodnotami, korekčními hodnotami korekcí a hodnotami mezí:

Hlavními hodnotami jsou změřené nebo pozorované hodnoty, které podstatnou částí přispívají k hodnotě měřené veličiny. Jsou symbolizovány písmeny malé abecedy psanými kurzívou, kterým v případě, že veličina představuje rozdíl, předchází symbol velké řecké delta.

#### PŘÍKLAD:

- $t_{iX}$  – teplota indikovaná teploměrem X, který má být kalibrován (index  $i$  znamená „indikovaná“;
- $\Delta l$  – pozorovaný rozdíl v přesunu měřicího vřetene.

Jmenovité hodnoty jsou stanovené hodnoty veličiny realizované etalonem nebo měřicím přístrojem. Jsou přibližnými hodnotami, které tvoří hlavní díl realizované hodnoty. Jsou symbolizovány písmeny velké abecedy psanými kurzívou.

## PŘÍKLAD:

$L$  – jmenovitá délka měrky, která má být kalibrována.

Hodnoty korekcí udávají malé odchylky od hlavních hodnot, které jsou známy nebo mají být odhadnuty. Ve většině případů jsou aditivní. Jsou vyjadřovány symbolem, kterým je označována uvažovaná veličina a kterému předchází symbol malé řecké delta.

## PŘÍKLAD:

$\delta m_D$  – možná odchylka způsobená driftem hodnoty referenčního závaží v době od poslední kalibrace;

$\delta m_C$  – korekce na excentricitu zátěže a magnetické vlivy při kalibraci závaží.

Hodnoty mezí jsou pevně stanoveny na základě odhadu možných změn neznámých hodnot veličiny. Jsou vyjadřovány symbolem, kterým je označována uvažovaná veličina a předchází mu symbol velké řecké delta.

## PŘÍKLAD:

$\Delta\alpha_x$  – odhadnutá polovina šířky intervalu možných odchylek lineárního teplotního součinitele odporu, který je určen ve specifikaci výrobce kalibrovaného odporu.

Diferenciace mezi rozdílnými veličinami stejného druhu se provádí pomocí indexů tak, jak je ukázáno v příkladech. Přitom jsou dodržována mezinárodně přijatá pravidla označování fyzikálních veličin; indexy představující fyzikální veličiny jsou uvedeny kurzívou, indexy symbolizující lidské výtvoř, přístroje atd. jsou napsány stojatým písmem.

S8.14 Definované referenční hodnoty jsou symbolizované značkou veličiny s indexem nula.

## PŘÍKLAD:

$p_0$  – referenční tlak, například 1000 mbar.

S8.15 Poměry veličin stejného druhu (bezrozměrné poměry) se vyjadřují písmeny malé abecedy napsanými kurzívou.

## PŘÍKLAD:

$r = R_{iX} / R_{iN}$  – poměr indikovaných odporů, a to neznámého rezistoru a referenčního rezistoru (index  $i$  značí indikovaný, tj. udávaný měřicím přístrojem)

S8.16 Jestliže se použije několik indexů, pak se pořadí indexů vybere tak, že index, který symbolizuje nejobecnější pojetí, je co nejvíce vlevo a index, který symbolizuje nejspecifičtější pojetí, je co nejvíce vpravo.

PŘÍKLAD:

$V_{i1}, V_{i2}$  – napětí indikované voltmetrem „1“ popřípadě voltmetrem „2“.

S8.17 Účelem příkladů uvedených v tomto druhém doplňku EAL–R2 je ilustrovat, pro potřeby ostatních, rozdílné aspekty, s nimiž se lze setkat v souvislosti s kalibrací měřicích přístrojů. Příklady jsou rovněž uvedeny v metodických dokumentech EAL a EA<sup>1)</sup>, které se zabývají kalibrací konkrétních typů měřicích přístrojů.

## S9 KALIBRACE RUČNÍHO DIGITÁLNÍHO MULTIMETRU PŘI STEJNOSMĚRNÉM NAPĚTÍ 100 V

S9.1 V rámci všeobecné kalibrace je kalibrován ruční digitální multimetr (DMM) při vstupním stejnosměrném napětí 100 V, přičemž je použit multifunkční kalibrátor jako pracovní etalon. Je použit následující měřicí postup:

- (1) Výstupní svorky kalibrátoru se propojí se vstupními svorkami DMM pomocí vhodných propojovacích vodičů (drátů).
- (2) Kalibrátor se nastaví na 100 V a po vhodném stabilizačním období se odečte hodnota udávaná DMM.
- (3) Chyba údaje DMM se vypočte z údaje DMM a z hodnoty nastavené na kalibrátoru.

S9.2 Je nutné poznamenat, že chyba údaje DMM, kterou získáme použitím popsaného postupu, zahrnuje vliv chyby nastavení počátku (offsetu) a rovněž i odchylku od linearity.

S9.3 Chyba údaje  $E_X$  na DMM, který je kalibrován, se získá ze vztahu

$$E_X = V_{iX} - V_S + \delta V_{iX} - \delta V_S \quad (S9.1)$$

kde je

$V_{iX}$  – napětí, které indikuje (udává) DMM (index „i“ znamená indikaci),

$V_S$  – napětí generované kalibrátorem,

$\delta V_{iX}$  – korekce indikovaného napětí v důsledku konečné rozlišitelnosti DMM,

$\delta V_S$  – korekce napětí kalibrátoru v důsledku

- (1) drift od poslední kalibrace,
- (2) odchylka, která je výsledkem kombinovaného vlivu offsetu (chybného nastavení počátku), nelinearity a rozdílů v zesílení (zisku),
- (3) odchylky v okolní teplotě,
- (4) odchylky v napájecím napětí,
- (5) vlivy zatížení vyplývající z konečné vstupní impedance (odporu) kalibrovaného DMM.

<sup>1</sup> EAL–G26, Calibration of pressure balances  
 EAL–G31, Calibration of thermocouples  
 EAL–G32, Measurement and generation of small ac voltages with inductive voltage dividers  
 EA–10/10, EA Guidelines on the Determination of Pitch Diameter of Parallel Thread gauges by Mechanical Probing

S9.4 Rozptyl indikovaných hodnot není pozorovatelný, neboť DMM má omezenou rozlišitelnost.

S9.5 **Hodnoty odečtené z DMM ( $V_{IX}$ )**

DMM indikuje napětí 100,1 V při nastavení kalibrátoru na 100 V. Předpokládá se, že údaj odečtený z DMM je přesný.

S9.6 **Pracovní etalon ( $V_S$ )**

Kalibrační list multifunkčního kalibrátoru uvádí, že hodnota indikovaná při nastavení kalibrátoru je hodnotou generovaného napětí a že se k ní vztahuje rozšířená relativní nejistota měření rovná  $W = 0,000\ 02$  (koeficient rozšíření  $k = 2$ ). Rozšířená relativní nejistota měření vede k rozšířené nejistotě měření  $U = 0,002\ V$  (koeficient rozšíření  $k = 2$ ), která se vztahuje k indikovanému nastavení 100 V.

S9.7 **Rozlišitelnost DMM, která má být kalibrována ( $\delta V_S$ )**

Poslední významná číslice na displeji DMM odpovídá 0,1 V. Každá hodnota odečtená z DMM má korekci v důsledku konečné rozlišitelnosti displeje. Rozlišitelnost displeje je odhadnuta na 0,0 V s mezemi  $\pm 0,05\ V$  (tj. polovina velikosti poslední významné číslice).

S9.8 **Další korekce ( $\delta V_S$ )**

Nejistotu měření, která se vztahuje k různým zdrojům, odvodíme z přesnosti, kterou uvádí výrobcem kalibrátoru v technické specifikaci. V této specifikaci je uvedeno, že napětí generované kalibrátorem souhlasí s nastavením kalibrátoru v mezích  $\pm(0,000\ 1 \times V_S + 1\ mV)^{22)}$  za následujících měřicích podmínek:

- (1) okolní teplota je v rozsahu 18 °C až 23 °C,
- (2) napájecí napětí kalibrátoru je v rozsahu 210 V až 250 V,
- (3) impedanční zatížení na svorkách kalibrátoru je větší než 100 k $\Omega$ ,
- (4) kalibrátor byl kalibrován v průběhu posledního roku.

Poněvadž tyto podmínky měření jsou splněny a dosavadní kalibrační záznamy kalibrátoru ukazují, že se lze spolehnout na technickou specifikaci výrobce, lze předpokládat, že korekce, kterou je třeba použít v případě napětí generovaného kalibrátorem, je 0,0 V v rozmezí  $\pm 0,011\ V$ .

S9.9 **Korelace**

O všech vstupních veličinách se soudí, že nejsou korelovány ve významné míře.

<sup>22</sup> Široce používaná metoda uvádění přesnosti na stránkách technické specifikace nebo v návodu k použití měřicího přístroje spočívá v udání mezních hodnot pomocí „nastavené hodnoty“. Pro kalibrátor by bylo uvedeno  $\pm(0,01\% \text{ nastavené hodnoty} + 1\ mV)$ . V tomto dokumentu se tento způsob uvádění přesnosti nepoužívá, i když se považuje za ekvivalentní s výše uvedeným výrazem. Je tomu tak proto, že by mohl v mnoha případech způsobit nedorozumění, jelikož nejde o rovnici fyzikálních veličin zapsaných podle mezinárodně přijatého názvosloví.

S9.10 **Přehled nejistot (  $E_X$  )**

| veličina<br>$X_i$ | odhad<br>$x_i$ | standardní<br>nejistota<br>$u(x_i)$ | pravděpodobnostní<br>rozdělení | citlivostní<br>koeficient<br>$c_i$ | příspěvek<br>k nejistotě<br>$u_i(y)$ |
|-------------------|----------------|-------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| $V_{iX}$          | 100,1 V        | -                                   | -                              | -                                  |                                      |
| $V_S$             | 100,0 V        | 0,001 V                             | normální                       | -1,0                               | -0,001 V                             |
| $\delta V_{iX}$   | 0,0 V          | 0,029 V                             | rovnoměrné                     | 1,0                                | 0,029 V                              |
| $\delta V_S$      | 0,0 V          | 0,0064 V                            | rovnoměrné                     | -1,0                               | -0,0064 V                            |
| $E_X$             | 0,1 V          |                                     |                                |                                    | 0,030 V                              |

S9.11 **Rozšířená nejistota**

Standardní nejistotě měření vztažené k výsledku zřetelně vévodí vliv konečné rozlišitelnosti DMM. Výsledné rozdělení není normální, ale v podstatě rovnoměrné. Proto nelze použít metodu efektivních stupňů volnosti popsanou v příloze E dokumentu EAL-R2. Koeficient rozšíření, který přísluší rovnoměrnému rozdělení se vypočte ze vztahu daného rovnicí (S9.8) v matematické poznámce S9.14.

$$U = k \cdot u(E_X) = 1,65 \cdot 0,030 \text{ V} \cong 0,05 \text{ V}$$

S9.12 **Uvedený výsledek**

Změřená chyba údaje ručního digitálního voltmetru je při 100 V rovná  $(0,10 \pm 0,05) \text{ V}$ .

Uvedená rozšířená nejistota měření je součinem standardní nejistoty měření a koeficientu rozšíření  $k = 1,65$ , který byl odvozen za předpokladu rovnoměrného pravděpodobnostního rozdělení pro pravděpodobnost pokrytí 95%.

S9.13 **Dodatečné připomínka**

Je zjevné, že metoda použitá k výpočtu koeficientu rozšíření souvisí se skutečností, že na nejistotu měření vztaženou k výsledku má hlavní vliv konečná rozlišitelnost DMM. To bude platit pro kalibraci všech přístrojů s malou rozlišitelností údajů, pokud jediným hlavním zdrojem nejistoty v přehledu nejistot bude konečná rozlišitelnost.

S9.14 **Matematická poznámka**

Jestliže se při měření vyskytne taková situace, že lze určit, že jeden z příspěvků v přehledu nejistot přispívá dominantním způsobem, například člen s indexem 1, pak pro standardní nejistotu přidruženou k výsledku měření  $y$  můžeme napsat

$$u(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_R^2(y)} \quad (\text{S9.2})$$

kde

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N u_i^2(y)} \quad (\text{S9.3})$$



označuje celkový příspěvek všech ostatních, nedominantních členů. Pokud poměr celkového příspěvku  $u_R(y)$  nedominantních členů k příspěvku  $u_1(y)$  dominantního členu není větší než 0,3, pak rovnici (S9.2) lze aproximovat vztahem

$$u(y) \cong u_1(y) \cdot \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{u_R(y)}{u_1(y)} \right)^2 \right]. \quad (\text{S9.4})$$

Relativní chyba aproximace je menší než  $1 \times 10^{-3}$ . Maximální relativní změna standardní nejistoty způsobená výrazem v závorkách rovnice (S9.4) nepřevyší 5%. Tato hodnota je v mezích přijaté tolerance pro matematické zaokrouhlení hodnot nejistot.

Za těchto podmínek je rozdělení hodnot, které lze zdůvodnitelně přiřadit měřené veličině, v podstatě identické s rozdělením vyplývajícím ze známého dominantního příspěvku. Z této hustoty rozdělení  $\varphi(y)$  lze určit pravděpodobnost pokrytí  $p$  pro jakoukoliv hodnotu rozšířené nejistoty měření  $U$  pomocí vztahu

$$p(U) = \int_{y-U}^{y+U} \varphi(y') dy' \quad (\text{S9.5})$$

Úpravou tohoto vztahu pro danou pravděpodobnost pokrytí dostaneme vztah mezi rozšířenou nejistotou měření a pravděpodobností pokrytí  $U = U(p)$ , která přísluší dané hustotě rozdělení  $\varphi(y)$ . Použitím tohoto vztahu lze koeficient rozšíření vyjádřit jako

$$k(p) = \frac{U(p)}{u(y)} \quad (\text{S9.6})$$

V případě ručního digitálního voltmetru je dominantní příspěvek k nejistotě, který vyplývá z konečné rozlišitelnosti údaje, roven  $u_{\delta V_x}(E_X) = 0,029$  V, zatímco celkový příspěvek všech ostatních, nedominantních členů je roven  $u_R(E_X) = 0,0064$  V. Příslušný poměr je  $u_R(E_X) / u_{\delta V_x}(E_X) = 0,22$ . Takže výsledné rozdělení hodnot, které lze zdůvodněně přisoudit chybám indikace, je v podstatě rovnoměrné. Pravděpodobnost pokrytí rovnoměrného rozdělení je v lineárním vztahu k rozšířené nejistotě měření ( $a$  je šířkou rovnoměrného rozdělení)

$$p = \frac{U}{a} \quad (\text{S9.7})$$

Najdeme-li řešení tohoto vztahu pro rozšířenou nejistotu měření  $U$  a dosadíme-li výsledek současně s výrazem pro standardní nejistotu měření při rovnoměrném rozdělení, který je dán rovnicí (3.8) dokumentu EAL-R2, dostaneme nakonec vztah

$$k(p) = p \sqrt{3} \quad (\text{S9.8})$$

Pro pravděpodobnost pokrytí  $p = 95\%$  užívanou v dokumentech EA je pak příslušný koeficient rozšíření  $k = 1,65$ .

## S.10 KALIBRACE POSUVNÉHO MĚŘÍTKA

S10.1 Posuvné měřítko vyrobené z oceli je kalibrováno měrkou stupně I z oceli, která je používána jako pracovní etalon. Měřicí rozsah posuvného měřidla je 150 mm. Na posuvném měřidle lze odečíst 0,05 mm (dělení hlavní stupnice je po 1 mm a dělení stupnice nonia je 1/20 mm). Při kalibraci se využívá několik měrek s jmenovitými délkami v rozsahu od 0,5 do 150 mm. Měrky jsou vybrány tak, že body měření jsou od sebe přibližně stejně vzdáleny (například v 0 mm, 50 mm, 100 mm, 150 mm), ale dávají různé hodnoty čtení na stupnici nonia (např. 0,0 mm, 0,3 mm, 0,6 mm, 0,9 mm). Příklad se týká kalibrace bodu v 150 mm pro měření vnějších rozměrů. Před kalibrací se provede provedeno několik kontrol stavu posuvného měřítka. Mezi jinými se provede kontrola závislosti výsledku měření na vzdálenosti měřené položky od pravítka (Abbeova chyba), kontrola stavu stěn měřících čelistí (rovinost, rovnoběžnost, pravoúhlost) a funkce uzamykacího mechanismu.

S10.2 Chyba indikace  $E_X$  posuvného měřidla při referenční teplotě  $t_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$  se získá ze vztahu

$$E_X = l_{iX} - l_S + L_S \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t + \delta l_{iX} + \delta l_M$$

(S10.1)

kde

|                 |   |   |
|-----------------|---|---|
| $l_{iX}$        | – | údaj posuvného měřítka;   |
| $l_S$           | – | délka použité měrky;  |
| $L_S$           | – | jmenovitá délka použité měrky;  |
| $\bar{\alpha}$  | – | střední koeficient teplotní roztažnosti posuvného měřítka a měrky;  |
| $\Delta t$      | – | rozdíl teploty mezi posuvným měřítkem a měrkou;   |
| $\delta l_{iX}$ | – | korekce v důsledku konečné rozlišitelnosti posuvného měřítka;   |
| $\delta l_M$    | – | korekce v důsledku takových mechanických vlivů jako jsou aplikovaná síla při měření, Abbeova chyby, chyby rovinosti a rovnoběžnosti měřících ploch. |

### S10.3 Pracovní etalony ( $l_S, L_S$ )

Délka referenčních měrek, které jsou použity jako pracovní etalony a rovněž i rozšířená nejistota měření, která se k nim vztahuje, jsou uvedeny v kalibračním listu. Kalibrační listy stvrzují, že měrky splňují požadavky pro měrky stupně I podle ISO 3650, tj. že centrální délka měrky souhlasí v mezích  $\pm 0,8\text{ }\mu\text{m}$  s její jmenovitou délkou. Jmenovitá délka měrky se bez korekce považuje za její skutečnou délku, přičemž toleranční meze se považují za její horní a dolní mez intervalu variability.

### S10.4 Teplota ( $\Delta t, \bar{\alpha}$ )

Po přiměřeném stabilizačním čase jsou teploty posuvného měřítka a měrky vyrovnány v mezích  $\pm 2\text{ }^\circ\text{C}$ . Jejich průměrný koeficient teplotní roztažnosti je  $11,5 \cdot 10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . (Nejistota průměrného koeficientu teplotní roztažnosti a nejistota rozdílu koeficientů teplotní roztažnosti se nebrala v úvahu; neboť v daném případě se vliv nejistoty považuje za zanedbatelný (srov. EAL–R2–S1, příklad S4).

### S10.5 Rozlišitelnost posuvného měřítka ( $\delta l_{iX}$ )

Hodnota dílku na stupnici nonia je 0,05 mm. Změny způsobené konečnou rozlišitelností jsou podle odhadu v mezích  $\pm 25 \mu\text{m}$  a mají rovnoměrné rozdělení.

### S10.6 Mechanické vlivy ( $\delta l_M$ )

K těmto vlivům patří použitá síla při měření, Abbeova chyba a vzájemné postavení pravítka a posuvné svěrky. Další vlivy může mít to, že svěrky nejsou přesně rovné, nejsou vzájemně rovnoběžné a nejsou kolmé k pravítku posuvného měřítka. Pro zjednodušení uvažujeme, že rozsah možných změn je  $\pm 50 \mu\text{m}$ .

### S10.7 Korelace

Nepředpokládají se žádné významné korelace mezi vstupními veličinami.

### S10.8 Měření ( $l_{iX}$ )

Měření se několikrát opakovalo, aniž se zjistil jakýkoliv rozptyl v pozorovaných hodnotách. Proto nejistota způsobená omezeným počtem opakování nepřispívá k výsledné nejistotě. Výsledek měření měřky 150 mm je 150,10 mm.

### S10.9 Přehled nejistot ( $\delta l_{iX}$ )

| veličina<br>$X_i$ | odhad<br>$x_i$ | standardní<br>nejistota<br>$u(x_i)$ | pravděpodobnostní<br>rozdělení | citlivostní<br>koeficient<br>$c_i$ | příspěvek<br>k nejistotě<br>$u_i(y)$ |
|-------------------|----------------|-------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| $l_{iX}$          | 150,10 mm      | -                                   | -                              | -                                  |                                      |
| $l_S$             | 150,00 mm      | 0,46 $\mu\text{m}$                  | rovnoměrné                     | -1,0                               | -0,46 $\mu\text{m}$                  |
| $\Delta t$        | 0              | 1,15 K                              | rovnoměrné                     | 1,7 $\mu\text{mK}^{-1}$            | 2,0 $\mu\text{m}$                    |
| $\delta l_{iX}$   | 0              | 15 $\mu\text{m}$                    | rovnoměrné                     | 1,0                                | 15 $\mu\text{m}$                     |
| $\delta l_M$      | 0              | 29 $\mu\text{m}$                    | rovnoměrné                     | 1,0                                | 29 $\mu\text{m}$                     |
| $E_X$             | 0,10 mm        |                                     |                                |                                    | 33 $\mu\text{m}$                     |

### S10.10 Rozšířená nejistota

V nejistotě měření, která se vztahuje k výsledku, zřetelně vévodí kombinovaný vliv síly měření a konečné rozlišitelnosti nonia. Konečné rozdělení není normální, ale v podstatě lichoběžníkové s poměrem poloviny šířky oblasti plató k polovině šířky intervalu variability rovným  $\beta = 0,33$ . Proto nelze použít metodu efektivních stupňů volnosti popsanou v EAL-R2, Doplněk E. Koeficient rozšíření  $k = 1,83$ , který odpovídá lichoběžníkovému rozdělení hodnot, se vypočítá z rovnice (S10.10) uvedené v matematické poznámce S10.13. Takže

$$U = k \cdot u(E_X) = 1,83 \cdot 0,033 \text{ mm} \cong 0,06 \text{ mm}$$

### S10.11 Uvedený výsledek

Při 150 mm je chyba údaje na posuvném měřítku rovná  $(0,10 \pm 0,06)$  mm.

Uvedená rozšířená nejistota měření je součinem standardní nejistoty měření koeficientu rozšíření  $k = 1,83$ , který byl odvozen z předpokládaného lichoběžníkového pravděpodobnostního rozdělení pro pravděpodobnost pokrytí 95 %.

### S10.12 **Dodatečná poznámka**

Je zřejmé, že metoda použitá k výpočtu koeficientu rozšíření souvisí se skutečností, že nejistotu měření přidruženou k výsledku ovlivňují dva dominantní vlivy: mechanické vlivy a konečná rozlišitelnost stupnice nonia. Protože není splněn předpoklad o normálním rozdělení výstupní veličiny, zapotřebí použít paragraf 5.6 dokumentu EAL–R2. Z hlediska toho, že pravděpodobnost i hustotu pravděpodobnosti lze prakticky určit pouze s přesností 3 % až 5 %, lze považovat rozdělení za lichoběžníkové, vytvořené konvolucí dvou rovnoměrných rozdělení, která souvisejí s dominantními příspěvky. Polovina šířky základny výsledného symetrického lichoběžníku je 75 μm a polovina šířky jeho horní strany je 25 μm. 95 % plochy lichoběžníku leží v intervalu ±60 μm kolem jeho osy, což odpovídá  $k = 1,83$ .

### S10.13 **Matematická poznámka**

Jestliže je při měření situace taková, že dva z příspěvků v přehledu nejistot lze označit jako dominantní, pak můžeme použít metodu popsanou v S9.14 a oba dominantní členy, které označíme například indexem 1 a 2, spojit do jednoho dominantního členu. Standardní nejistotu vztahující se k výsledku měření  $y$  můžeme v tomto případě popsat výrazem

$$u(y) = \sqrt{u_o^2(y) + u_R^2(y)} \quad (\text{S10.2})$$

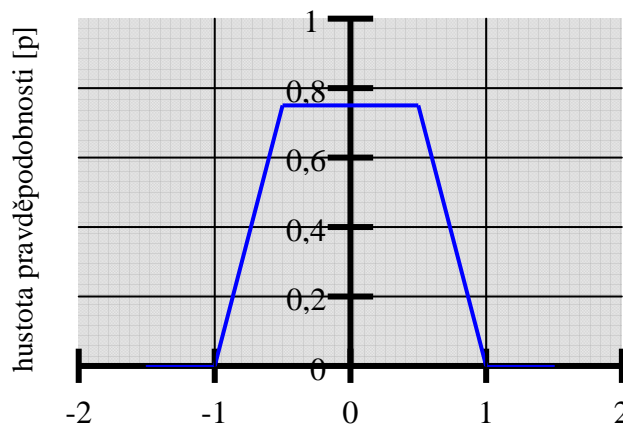
kde

$$u(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y)} \quad (\text{S10.3})$$

označuje spojený příspěvek obou dominantních členů a

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N u_i^2(y)} \quad (\text{S10.4})$$

je celkový příspěvek zbývajících nedominantních členů. Jestliže dva dominantní příspěvky mají rovnoměrné rozdělení a jejich poloviční šířky jsou  $a_1$  a  $a_2$ , pak výsledné rozdělení vznikne jejich konvolucí a má symetrické lichoběžníkové rozdělení popsané polovinou šířky



OBR. 1: Normalizované symetrické lichoběžníkové pravděpodobnostní rozdělení popsané hodnotou  $\beta = 0,33$ , které je výsledkem konvoluce dvou rovnoměrných rozdělení.

základny a horní strany (viz obr. 1).

$$a = a_1 + a_2 \quad a \quad b = |a_1 - a_2| \quad (S10.5)$$

Rozdělení lze s výhodou vyjádřit v normalizovaném tvaru

$$\varphi(y) = \frac{1}{a(1+\beta)} \times \begin{cases} \frac{1}{1-\beta} \left(1 - \frac{|y|}{a}\right) & |y| < \beta \cdot a \\ \beta \cdot a \leq |y| \leq a \\ 0 & a < |y| \end{cases} \quad (S10.6)$$

s parametrem stran

$$\beta = \frac{b}{a} = \frac{|a_1 - a_2|}{a_1 + a_2} \quad (S10.7)$$

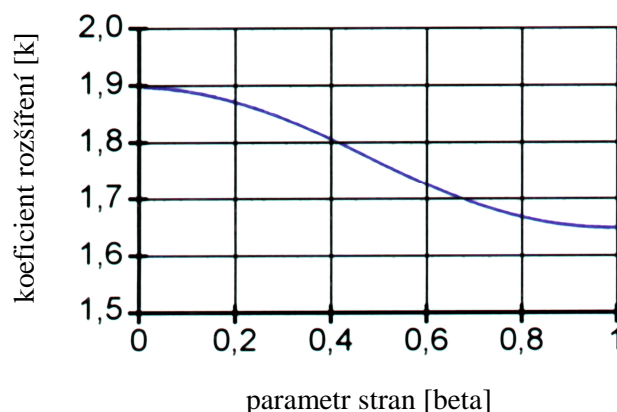
Druhá mocnina standardní nejistoty měření odvozená z lichoběžníkového rozdělení podle rovnice (S10.6) je

$$u^2(y) = \frac{a^2}{6} (1 + \beta^2) . \quad (S10.8)$$

Použitím rozdělení podle rovnice (S10.6) odvodíme závislost koeficientu rozšíření na pravděpodobnosti pokrytí podle metody nastíněné v S9.14

$$k(p) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1+\beta^2}{6}}} \times \begin{cases} \frac{p(1-p)}{2} & \frac{p}{2-p} < \beta \\ 1 - \sqrt{(1-p)(1-\beta^2)} & \beta \leq \frac{p}{2-p} \end{cases} \quad (S10.9)$$

Na obr. 2 je závislost koeficientu rozšíření  $k$  na hodnotě parametru stran  $\beta$  při pravděpodobnosti pokrytí 95 %.



Obr. 2: Závislost koeficientu rozšíření  $k$  na hodnotě parametru stran  $\beta$  pro lichoběžníkové rozdělení při pravděpodobnosti pokrytí 95 %.

Koeficient rozšíření pro pravděpodobnost pokrytí rovnou 95 % vhodný pro lichoběžníkové rozdělení s parametrem stran  $\beta < 0,95$  se vypočte ze vztahu

$$k = \frac{1 - \sqrt{(1-p)(1-\beta^2)}}{\sqrt{\frac{1+\beta^2}{6}}} \quad (\text{S10.10})$$

## S11 KALIBRACE TEPLOTNÍHO KALIBRÁTORU PŘI TEPLOTĚ 180 °C<sup>3)</sup>

S11.1 Součástí kalibračního měření je určení teploty, kterou má kalibrační otvor na bloku kalibrátoru teploty. Měření se provede jakmile se údaj na zabudovaném teplotním indikátoru stabilizuje na 180,0 °C. Teplota kalibračního otvoru se určí změřením elektrického odporu platinového odporového teploměru, který je pracovním etalonem a je zasunutý do otvoru kalibračního bloku. K měření odporu se použije odporový můstek a střídavý proud. Teplota  $t_X$ , která má být určena jako teplota otvoru, jakmile zabudovaný teplotní indikátor udává 180,0 °C je dána vztahem

$$t_X = t_S + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \quad (\text{S11.1})$$

- kde
- $t_S$  – teplota pracovního etalonu určená z měření odporu střídavým proudem;
  - $\delta t_S$  – teplotní korekce v důsledku měření odporu střídavým proudem;
  - $\delta t_D$  – teplotní korekce způsobená driftem hodnoty pracovního etalonu od doby poslední kalibrace;
  - $\delta t_{iX}$  – teplotní korekce způsobená omezeností v množnostech seřadit teplotní blok kalibrátoru;
  - $\delta t_R$  – teplotní korekce způsobená radiálními rozdíly teploty mezi zabudovaným teploměrem a pracovním etalonem;
  - $\delta t_A$  – teplotní korekce způsobená axiální nehomogenitou teploty v měřicím otvoru;
  - $\delta t_H$  – teplotní korekce způsobená hysterezí při zvětšování a zmenšování teploty v měřicím cyklu;
  - $\delta t_V$  – kolísání teploty v průběhu měření.

Teplotní korekce z důvodu vodivosti sondy není zde analyzována, neboť platinový odporový teploměr, který je použit jako pracovní etalon má vnější průměr  $d \leq 6$  mm. Dřívější výzkum ukázal, že vliv vodivosti sondy lze v tomto případě zanedbat.

<sup>3)</sup> Podobný příklad je v dokumentu EA-10/xx, *Calibration of temperature block calibrators*. Zde je uveden zjednodušený příklad, aby se objasnil postup stanovení měřené hodnoty, je-li údaj odečten z přístroje v průběhu kalibračního procesu. Tento postup je důležitý i z obecného hlediska, neboť jde o základní proces při kalibracích v rozdílných metrologických oblastech. Příklad dále ukazuje, že máme dva ekvivalentní způsoby řešení tohoto problému: přímé přiřazení hodnoty údaje odečtenému z přístroje a přiřazení korekce údajů na přístroji. Tato korekce se obvykle nazývá chyba indikace měřicího přístroje.

**S11.2 Pracovní etalon ( $t_S$ )**

Odporového teploměru, který slouží jako pracovní etalon, má v kalibračním listu uveden vztah mezi odporem a teplotou. Změřená hodnota odporu odpovídá teplotě 180,1 °C a k ní náleží rozšířená nejistota měření  $U = 30$  mK (koeficient rozšíření  $k = 2$ ).

**S11.3 Stanovení teploty měřením odporu ( $\delta t_S$ )**

Teplota odporového teploměru, který je použit jako pracovní etalon byla určena jako 180,1 °C. Standardní nejistota měření vztažená k měření odporu a převedená na teplotu odpovídá  $u(\delta t_S) = 10$  mK.

**S11.4 Drift teploty pracovního etalonu ( $\delta t_D$ )**

Na základě obecné zkušenosti s platinovými teploměry podobného typu, které sloužily jako pracovní etalony, lze odhadnout, že změna teploty způsobená stárnutím odporu od poslední kalibrace etalonu je v mezích  $\pm 40$  mK.

**S11.5 Nastavitelnost teploty kalibračního bloku ( $\delta t_{IX}$ )**

Kontrolní teploměr zabudovaný v bloku kalibrátoru teploty má stupnici s hodnotou dílku 0,1 K, což poskytuje rozlišitelnost teploty v mezích  $\pm 50$  mK. V těchto mezích lze termodynamický stav teplotního bloku velmi dobře nastavit.

Poznámka: Jestliže údaj na zabudovaném indikátoru teploty není v jednotkách teploty, pak se musí meze rozlišitelnosti převést na odpovídající hodnoty teploty vynásobením příslušnou konstantou přístroje.

**S11.6 Radiální nehomogenita teploty ( $\delta t_R$ )**

Odhadlo se, že radiální teplotní rozdíly mezi měřicím otvorem a zabudovaným teploměrem jsou v mezích  $\pm 100$  mK.

**S11.7 Axiální nehomogenity teploty ( $\delta t_A$ )**

Odchytky teploty způsobené axiální nehomogenitou teploty v kalibračním otvoru byly odhadnuty na základě odečtení teploty při různých hloubkách vnoření teploměru do otvoru. Odchytky byly v mezích  $\pm 250$  mK.

**S11.8 Vlivy hystereze ( $\delta t_H$ )**

Na základě odečtů teploty v průběhu cyklického zvyšování a snižování teploty bylo odhadnuto, že teplota v kalibračním otvoru je ovlivněna hysterezí, která způsobuje odchytky teploty  $\pm 50$  mK.

**S11.9 Teplotní nestabilita ( $\delta t_V$ )**

Bylo odhadnuto, že teplotní změny způsobené nestabilitou teploty v průběhu třicetiminutového měřicího cyklu jsou v mezích  $\pm 50$  mK.

**S11.10 Korelace**

Soudí se, že žádná ze vstupních veličin není významně korelována.

**S11.11 Opakovaná pozorování**

V důsledku konečné rozlišitelnosti údajů při odečtu z vestavěného teploměru nebyl pozorován rozptýl údajů a tedy nebyl ani započítán.

S11.12 Přehled nejistot ( $t_X$ )

| veličina<br>$X_i$ | odhad<br>$x_i$ | standardní<br>nejistota<br>$u(x_i)$ | pravděpodobnostní<br>rozdělení | citlivostní<br>koeficient<br>$c_i$ | příspěvek<br>k nejistotě<br>$u_i(y)$ |
|-------------------|----------------|-------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| $t_S$             | 180,1 °C       | 15 mK                               | normální                       | 1,0                                | 15 mK                                |
| $\delta t_S$      | 0,0 °C         | 10 mK                               | normální                       | 1,0                                | 10 mK                                |
| $\delta t_D$      | 0,0 °C         | 23 mK                               | rovnoměrné                     | 1,0                                | 23 mK                                |
| $\delta t_{IX}$   | 0,0 °C         | 29 mK                               | rovnoměrné                     | - 1,0                              | - 29 mK                              |
| $\delta t_R$      | 0,0 °C         | 58 mK                               | rovnoměrné                     | 1,0                                | 58 mK                                |
| $\delta t_A$      | 0,0 °C         | 144 mK                              | rovnoměrné                     | 1,0                                | 144 mK                               |
| $\delta t_H$      | 0,0 °C         | 29 mK                               | rovnoměrné                     | 1,0                                | 29 mK                                |
| $\delta t_V$      | 0,0 °C         | 17 mK                               | rovnoměrné                     | 1,0                                | 17 mK                                |
| $t_X$             | 180,1 °C       |                                     |                                |                                    | 164 mK                               |

## S11.13 Rozšířená nejistota

Ve standardní nejistotě měření, která se vztahuje k výsledku, zřetelně vévodí vliv neznámé teplotní korekce způsobené axiální nehomogenitou teploty v měřicím otvoru a radiální rozdíl teploty mezi zabudovaným teploměrem a pracovním etalonem. Výsledné rozdělení není normální ale v podstatě lichoběžníkové. Podle odstavce S10.13 je koeficient rozšíření odpovídající parametru stran  $\beta = 0,43$  roven  $k = 1,81$ .

$$U = k \cdot u(t_X) = 1,81 \cdot 164 \text{ mK} \cong 0,3 \text{ K}$$

## S11.14 Uvedený výsledek

Teplota kalibračního otvoru, která je určena údajem 180,0 °C na vestavěném kontrolním teploměru, je 180,1 °C  $\pm$  0,3 °C.

Uvedená rozšířená nejistota měření je součinem standardní nejistoty měření a koeficientu rozšíření  $k = 1,81$ . Koeficient rozšíření byl odvozen za předpokladu lichoběžníkového rozdělení pro pravděpodobnost pokrytí 95 %.

## S11.15 Matematická poznámka o modelu

Někteří metrologové jsou překvapeni, že se v modelové funkci popsané rovnicí (S11.1) neobjevuje explicitní údaj kontrolního teploměru. Abychom uspokojili jejich potřeby, uvedeme alternativní výraz s využitím chyby měřicího přístroje

$$E_X = t_X - t_i \quad (\text{S11.2})$$

pro vestavěný teploměr

$$E_X = t_S - t_i + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{IX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \quad (\text{S11.3})$$

Indikovaná hodnota  $t_i$  je jmenovitou hodnotou. Projevuje se posunutím stupnice měřené veličiny, avšak nepřispívá nejistotě měření vztahující se k chybě odečteného údaje



$$u(E_X) = u(t_X) \quad (\text{S11.4})$$

Modelovou funkci popsanou rovnicí (S11.1) lze získat z rovnice (S11.3), použijeme-li definici chyby měření podle rovnice (S11.2).

Tato poznámka dokládá, že může být více způsobů jak vybrat model pro vyhodnocení měření. Záleží na metrologovi, jeho zvycích a přístupu k řešení úkolu, jaký model si vybere. Modelová funkce, kterou lze matematicky převést z jednoho tvaru na jiný, představuje stejný měřicí proces. V případech, kdy se použije spojitá stupnice údajů, podobně jako je tomu při kalibraci uvažovaného teplotního bloku, lze modelové funkce, které spolu souvisejí prostřednictvím lineární transformace stupnice, považovat za ekvivalentní vyjádření měřeného problému.

## S12 KALIBRACE DOMÁCÍHO VODOMĚRU

S12.1 Kalibrace vodoměru zahrnuje určení relativní chyby měření v rozsahu použitelné průtočnosti vodoměru. Při měření se využívá testovací zásobníková věž, která dodává potřebný tok vody o tlaku přibližně 500 kPa, což je hodnota typická pro komunální vodovodní systémy. Voda se dopravuje do otevřené sběrné nádrže, která má kalibraci a určuje referenční objem. Na počátku měření je nádrž prázdná, ale vlhká. Sběrná nádrž má zúžené hrdlo s připojenou stupnicí, která umožňuje přesně odečítat hladinu, po níž je nádrž naplněna. Vodoměr, který se má kalibrovat, se umístí mezi zásobník a sběrnou nádrž. Má mechanické počítadlo s ukazateli. Měření se provede při průtoku 2500 L/h s klasickým spuštěním a zastavením, což znamená, že průtok je nulový jak při zahájení, tak i při ukončení měření. Údaj na vodoměru je zaznamenán na začátku a na konci měření. Na konci měření se zaznamená hladina ve sběrné nádrži. Rovněž se zapíše teplota i tlak vody v blízkosti vodoměru a teplota vody ve sběrné nádrži.

S12.2 Relativní chyba měření  $e_X$  jednoho běhu je definována vztahem

$$e_X = \frac{\Delta V_{iX} + \partial V_{iX2} - \partial V_{iX1}}{V_X} - 1 \quad (\text{S12.1})$$

přičemž

$$V_X = (V_{iS} + \delta V_{iS})(1 + \alpha_S (t_S - t_0))(1 + \alpha_W (t_X - t_S))(1 - \kappa_W (p_X - p_S)) \quad (\text{S12.2})$$

kde:

- $\Delta V_{iX} = V_{iX2} - V_{iX1}$  – rozdíl v údajích měřidla;
- $V_{iX1}, V_{iX2}$  – údaje měřidla na začátku měření a na konci měření;
- $\delta V_{iX1}, \delta V_{iX2}$  – korekce v důsledku konečné rozlišitelnosti údaje na měřidle;
- $V_X$  – objem, který prošel měřidlem v průběhu měření za převládajících podmínek, tj. tlaku  $p_X$  a teploty  $t_X$  na vtokové straně měřidla ;
- $V_{iS}$  – objem odečtený na konci měření na stupnici v zúženém hrdle sběrné nádrže;

|                 |  |
|-----------------|--|
| $\delta V_{iS}$ | – korekce objemu odečteného na stupnici v zúženém hrdle sběrné nádrže v důsledku konečné rozlišitelnosti stupnice; |
| $\alpha_S$      | – koeficient objemové teplotní roztažnosti materiálu, z něhož je sběrná nádrž;                                     |
| $t_S$           | – teplota sběrné nádrže;   |
| $t_0$           | – referenční teplota, při níž byla sběrná nádrž kalibrována;   |
| $\alpha_W$      | – koeficient objemové teplotní roztažnosti vody;   |
| $t_X$           | – teplota vody na vtokové straně měřidla;  |
| $\kappa_W$      | – stlačitelnost vody;  |
| $p_S$           | – tlak ve sběrném zásobníku (je roven nule, uvažujeme-li tlak převyšující atmosférický);                           |
| $p_X$           | – tlak vody na vtokové straně měřidla.   |

### S12.3 Sběrná nádrž ( $V_{iS}$ , $t_0$ )

V kalibračním listu je uvedeno, že stupnice ve zúženém hrdle udává objem 200 L při referenční teplotě  $t_0 = 20$  °C a k němu náleží relativní rozšířená nejistota měření 0,1 % ( $k = 2$ ). K udanému objemu se proto vztahuje rozšířená nejistota měření rovná 0,2 L ( $k = 2$ ).

### S12.4 Rozlišitelnost stupnice sběrné nádrže ( $\delta V_{iS}$ )

Výšku vodní hladiny ve sběrné nádrži lze stanovit na  $\pm 1$  mm. Poněvadž 1 mm na stupnici zúženého hrdla sběrné nádrže odpovídá 0,02 L (faktor stupnice je 0,02 L/mm) je maximální odchylka objemu vody ve sběrné nádrži odhadnutá na  $\pm 0,02$  L.

### S12.5 Teplota vody a sběrné nádrže ( $\alpha_S$ , $t_S$ )

Bylo určeno, že teplota vody ve sběrné nádrži je 15 °C v mezích  $\pm 2$  K. Uvedené meze pokrývají všechny možné zdroje nejistoty, jakými jsou kalibrace teplotních senzorů, rozlišitelnost údajů při čtení a teplotní gradienty v nádrži. Koeficient objemové teplotní roztažnosti materiálu nádrže (ocel) je převzat z materiálové příručky. V uvažovaném teplotním intervalu je konstantní a roven  $\alpha_S = 51 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Protože k této hodnotě není připojen údaj o nejistotě, lze předpokládat, že nejistota je v mezích poslední významné číslice. Lze usuzovat, že neznámé odchylky jsou v mezích zaokrouhlování, tj.  $\pm 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

### S12.6 Teplota vody u měřidla ( $\alpha_W$ , $t_X$ )

Teplota vody na vtokové straně měřidla byla určena rovná 16 °C v mezích  $\pm 2$  K. Uvedené meze pokrývají všechny možné zdroje nejistoty, jakými jsou příspěvky kalibrace senzorů, rozlišitelnost údajů při čtení a malé teplotní změny v průběhu jednoho měření. Koeficient objemové roztažnosti vody je převzat z materiálové příručky, je v uvažovaném teplotním intervalu konstantní a roven  $\alpha_W = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  (Poznámka překladatele: Uvedené  $\alpha_W = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$  se týká lineární roztažnosti.) Protože k této hodnotě není připojen údaj o nejistotě, lze předpokládat, že nejistota je v mezích poslední významné číslice. Lze usuzovat, že neznámé odchylky jsou v mezích zaokrouhlování, tj.  $\pm 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

**S12.7 Rozdíl tlaků vody mezi měřidlem a nádrží ( $\kappa_w, p_s, p_x$ )**

Tlak vody, který je dodáván do vodoměru převyšuje atmosférický tlak o 500 kPa s relativní odchylkou ne větší než  $\pm 10\%$ . Voda se při vtoku do sběrné nádrže rozepne a její tlak poklesne na atmosférický tlak. Stlačitelnost vody je převzata z materiálové příručky, je v uvažovaném teplotním intervalu konstantní a rovna  $\kappa_w = 0,46 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$ . Protože k této hodnotě není připojen údaj o nejistotě, lze předpokládat, že nejistota je v mezích poslední významné číslice. Lze usuzovat, že neznámé odchylky jsou v mezích zaokrouhlování, tj.  $\pm 0,005 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$ .

**S12.8 Korelace**

Soudí se, že žádná ze vstupních veličin není významně korelována.

**S12.9 Přehled nejistot ( $V_X$ )**

| veličina<br>$X_i$ | odhad<br>$x_i$                      | standardní<br>nejistota<br>$u(x_i)$ | pravděpodobnostní<br>rozdělení | citlivostní<br>koeficient<br>$c_i$                   | příspěvek<br>k nejistotě<br>$u_i(y)$ |
|-------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|--|--------------------------------------|
| $V_{is}$          | 200,02 L                            | 0,10 L                              | normální                       | 1,0  | 0,10 L                               |
| $\delta V_{is}$   | 0,0 L                               | 0,0115 L                            | rovnoměrné                     | 1,0  | 0,0115 L                             |
| $\alpha_s$        | $51 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$   | $0,29 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ | rovnoměrné                     | -1000 L·K  | $-0,29 \cdot 10^{-3} \text{ L}$      |
| $t_s$             | 15 °C                               | 1,15 K                              | rovnoměrné                     | $-0,0198 \text{ L} \cdot \text{K}^{-1}$              | -0,0228 L                            |
| $\alpha_w$        | $0,15 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ | $2,9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  | rovnoměrné                     | 200 L·K  | $0,58 \cdot 10^{-3} \text{ L}$       |
| $t_x$             | 16 °C                               | 1,15 K                              | rovnoměrné                     | $-0,0300 \text{ L} \cdot \text{K}^{-1}$              | -0,0346 L                            |
| $\kappa_w$        | $0,46 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ | $2,9 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$ | rovnoměrné                     | -100 L·kPa   | $0,29 \cdot 10^{-3} \text{ L}$       |
| $p_x$             | 500 kPa                             | 29 kPa                              | rovnoměrné                     | $-9,2 \cdot 10^{-6} \text{ L} \cdot \text{kPa}^{-1}$ | -0,0027 L                            |
| $p_s$             | 0,0 Pa                              | -                                   | -                              | -  |                                      |
| $V_X$             | 199,95 L                            |                                     |                                |  | 0,109 L                              |

Standardní nejistotě měření vztažené k výsledku zřetelně vévodí určení objemu v zúženém hrdle sběrné nádrže. Konečné rozdělení není normální, ale v podstatě rovnoměrné. To je zapotřebí mít na zřeteli při dalším zpracovávání hodnocení nejistoty.

**S12.10 Údaj na měřidle ( $\Delta V_{ix}, \delta V_{ix1}, \delta V_{ix2}$ )**

Vodoměr, který má být kalibrován má rozlišitelnost 0,02 L, což vede k maximální odchylce  $\pm 0,1$  L při obou čteních údajů na vodoměru.

S12.11 Přehled nejistot ( $e_X$ )

| veličina<br>$X_i$ | odhad<br>$x_i$ | standardní<br>nejistota<br>$u(x_i)$ | pravděpodobnostní<br>rozdělení | citlivostní<br>koeficient<br>$c_i$ | příspěvek<br>k nejistotě<br>$u_i(y)$ |
|-------------------|----------------|-------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| $\Delta V_{iX}$   | 200,0 L        | -                                   | jmenovité                      | -                                  |                                      |
| $V_{iX1}$         | 0,0 L          | 0,058 L                             | rovnoměrné                     | $0,5 \cdot 10^{-3}$                | $-0,29 \cdot 10^{-3}$ L              |
| $V_{iX2}$         | 0,0 L          | 0,058 L                             | rovnoměrné                     | $0,5 \cdot 10^{-3}$                | $0,29 \cdot 10^{-3}$ L               |
| $V_X$             | 199,95 L       | 0,109 L                             | rovnoměrné                     | $0,5 \cdot 10^{-3}$                | $-0,55 \cdot 10^{-3}$ L              |
| $e_X$             | 0,000 3        |                                     |                                |                                    | $0,68 \cdot 10^{-3}$                 |

## S12.12 Opakovatelnost vodoměru

Relativní chyba měření vodoměru, který má být kalibrován při průtoku 2500 L/h, vykazuje značný rozptyl. Z toho důvodu se relativní chyba měření určila třikrát. Výsledky těchto tří běhů byly zpracovány jako nezávislá pozorování  $e_{Xj}$  v modelu, kterým se určuje průměrná chyba měření:

$$e_{Xav} = e_X + e_X \quad (S12.3)$$

kde

$e_X$  – relativní chyba měření jednoho běhu měření;

$\delta e_X$  – korekce relativní chyby měření v důsledku nedostatečné opakovatelnosti měření vodoměru získaná v různých bězích .

S12.13 Měření ( $e_X$ )

| číslo běhu | pozorovaná relativní<br>chyba měření |
|------------|--------------------------------------|
| 1          | 0,000 3                              |
| 2          | 0,000 5                              |
| 3          | 0,002 2                              |

aritmetický průměr:  $\bar{e}_X = 0,001$

experimentální směrodatná odchylka:  $s(e_{Xj}) = 0,001$

standardní nejistota:  $u(\bar{e}_X) = s(\bar{e}_X) = \frac{0,001}{\sqrt{3}} = 0,000 60$

S12.14 Přehled nejistot ( $e_{Xav}$ )

| veličina<br>$X_i$ | odhad<br>$x_i$ | standardní<br>nejistota<br>$u(x_i)$ | stupňů<br>volnosti<br>$\nu_{eff}$ | pravděpodobnostní<br>rozdělení | citlivostní<br>koeficient<br>$c_i$ | příspěvek<br>k nejistotě<br>$u_i(y)$ |
|-------------------|----------------|-------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| $e_X$             | 0,001          | $0,60 \cdot 10^{-3}$                | 2                                 | normální                       | 1,0                                | $0,68 \cdot 10^{-3}$                 |
| $\delta e_X$      | 0,0            | $0,68 \cdot 10^{-3}$                | $\infty$                          | normální                       | 1,0                                | $0,68 \cdot 10^{-3}$                 |
| $e_{Xav}$         | 0,001          |                                     |                                   |                                |                                    | $0,91 \cdot 10^{-3}$                 |

**S12.15 Rozšířená nejistota**

Jelikož počet efektivních stupňů volnosti standardní nejistoty vztahující se k průměrné relativní chybě údaje je malý, standardní koeficient rozšíření musí být upraven podle tabulky E1.

$$U = k \cdot u(e_{X_{av}}) = 2,28 \cdot 0,91 \cdot 10^{-3} \approx 2 \cdot 10^{-3}$$

**S12.16 Uvedený výsledek**

Průměrná relativní chyba údaje vodoměru určená při průtoku 2500 l/h je  $0,001 \pm 0,002$ .

Uvedená rozšířená nejistota měření je součinem standardní nejistoty měření a koeficientu rozšíření  $k = 2,28$ , což pro  $t$ -rozdělení s  $v_{\text{eff}} = 10$  efektivními stupni volnosti odpovídá pravděpodobnosti pokrytí asi 95 %.

## **S13 KALIBRACE KROUŽKOVÉHO KALIBRU S JMENOVITÝM PRŮMĚREM 90 mm**

S13.1 Ocelový kroužkový kalibr jmenovitého vnitřního průměru  $D_x = 90$  mm je kalibrován za použití postupu uvedeného v dokumentu EAL-G29. Přitom je použit délkový komparátor Abbeova typu a ocelový seřizovací kroužek, jehož jmenovitý průměr ( $D_s = 40$  mm) se významně liší od průměru kalibrovaného kroužku. V tomto případě jak kroužkový kalibr, tak i seřizovací ocelový kroužek plní úlohu pracovního etalonu. Kroužek se jemně postupně připevňuje ke stolu majícímu 4 stupně volnosti. Stůl má seřizovací prvky pro nastavení testovaných kusů do všech poloh. Dvě ramena tvaru „C“, z nichž jedno je připevněno k pevnému a druhé k měřicímu vřetenu, jsou přiložena ke kroužkům tak, aby se jich dotýkaly v několika diametrálně protilehlých bodech. Ramena tvaru „C“ jsou vybavena kulovitými kontaktními hroty. Měřicí síla je vytvořena tahem závaží, což zajišťuje v celém měřicím rozsahu konstantní jmenovitou sílu 1,5 N. Měřicí vřeteno je pevně spojeno s měřicí hlavou ocelového pravítka, jehož stupnice má rozlišitelnost 0,1  $\mu\text{m}$ . Stupnice pravítka komparátoru je pravidelně ověřována, zda splňuje specifikaci výrobce z hlediska maximální dovolené chyby.

Aby se zajistilo prostředí, které je stanovené v kalibračním postupu, sleduje se okolní teplota. Teplota pracovního okolí komparátoru je udržována na 20 °C v rozmezí  $\pm 0,5$  K. Pozornost se věnuje tomu, aby se zajistilo, že kroužky i pravítko komparátoru se udržují na stanovené teplotě po celou dobu kalibrace.

S13.2 Poloměr  $d_x$  kroužku, který je kalibrován při teplotě  $t_0 = 20$  °C, se získá ze vztahu:

$$d_x = d_s + \Delta l + \delta l_i + \delta l_T + \delta l_P + \delta l_E + \delta l_A \quad (\text{S13.1})$$

v němž

- $d_s$  – poloměr referenčního seřizovacího kroužku při referenční teplotě;
- $\Delta l$  – pozorovaný rozdíl v přemístění měřicího vřetena, když se kontaktní hrot dotkne vnitřního povrchu kroužků ve dvou diametrálně protilehlých bodech;

- $\delta l_i$  – korekce na chyby indikace komparátoru  
 $\delta l_T$  – korekce v důsledku teplotních vlivů kalibrovaného kroužku, referenčního seřizovacího kroužku a pravítka komparátoru;  
 $\delta l_P$  – korekce v důsledku osově nepřesného usazení měřených vzorků vzhledem k přísmce měření;  
 $\delta l_E$  – korekce v důsledku rozdílné elastické deformace kalibrovaného kroužku a referenčního seřizovacího kroužku;  
 $\delta l_A$  – korekce v důsledku rozdílných Abbeových chyb komparátoru při měření kalibrovaného kroužku a měření referenčního seřizovacího kroužku.

### S13.3 Pracovní etalon ( $d_S$ )

V kalibračním listu jsou uvedeny jak vnitřní průměr seřizovacího kroužku, který je použit jako pracovní etalon, tak i příslušná rozšířená nejistota měření:  $40,0007 \text{ mm} \pm 0,2 \text{ } \mu\text{m}$  koeficient rozšíření  $k = 2$ ).

### S13.4 Komparátor ( $\delta l_i$ )

Korekce pro chyby indikace pravítka komparátoru byly určeny výrobcem a elektronicky uloženy. Jakékoliv další zbytky leží podle specifikace výrobce v rozmezí  $\pm (0,3 \text{ } \mu\text{m} + 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot l_i)$ , kde  $l_i$  je měřená vzdálenost. Specifikace jsou zjišťovány při periodickém ověřování. Pro konkrétní rozdíl délek  $D_X - D_S = 50 \text{ mm}$  jsou residua podle odhadu v rozmezí  $\pm 0,375 \text{ } \mu\text{m}$ .

### S13.5 Teplotní korekce ( $\delta l_T$ )

V průběhu celého měření se dbá o to, aby byla udržována monitorovaná teplota kalibrovaného kroužku, seřizovacího kroužku a pravítka komparátoru. Z předchozích měření a všeobecné zkušenosti s měřicími systémy lze zjistit, že odchylky teploty kalibrovaného kroužku, seřizovacího kroužku a pravítka komparátoru od teploty okolí zůstávají stále v rozmezí  $\pm 0,2 \text{ K}$ . Podle odhadu je okolní teplota v měřicí místnosti je stálá v rozmezí  $\pm 0,5 \text{ K}$ . Znalost podmínek měření je nejlépe popsána pomocí odchylek okolní teploty od referenční teploty a odchylek teplot kalibrovaného kroužku, seřizovacího kroužku a pravítka komparátoru od okolní teploty. Korekce  $\delta l_T$  způsobená teplotními vlivy se určí z modelu:

$$\delta l_T = (D_S \cdot (\alpha_S - \alpha_R) - D_X \cdot (\alpha_X - \alpha_R)) \cdot \Delta t_A + D_S \cdot \alpha_S \cdot \delta t_S - D_X \cdot \alpha_X \cdot \delta t_X - (D_S - D_X) \alpha_R \cdot \delta t_R \quad (\text{S13.2})$$

kde

- $(D_X, D_S)$  – jmenovité průměry kalibrovaného kroužku a referenčního seřizovacího kroužku;  
 $(\alpha_X, \alpha_S, \alpha_R)$  – koeficient lineární teplotní roztažnosti kalibrovaného kroužku, referenčního seřizovacího kroužku a pravítka komparátoru;  
 $\Delta t_A = t_A - t_0$  – odchylky od teploty okolí v měřicí místnosti od referenční teploty  $t_0 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ ;  
 $\delta t_X, \delta t_S, \delta t_R$  – odchylky teplot kalibrovaného kroužku, referenčního seřizovacího kroužku a pravítka komparátoru od teploty okolí v měřicí místnosti.

Poněvadž střední hodnoty čtyř teplotních rozdílů vystupující v rovnici (S13.2) jsou nulové, obvyklá linearizovaná verze nebude zahrnovat vlivy nejistoty měření, které se

vztahují k hodnotám tří koeficientů lineární teplotní roztažnosti. Jak bylo popsáno v odstavci S4.13, k určení standardní nejistoty vztahující se ke čtyřem dále uvedeným členům v součinu se musí použít nelineární verze.

$$\begin{aligned}\delta l_{TA} &= (D_S \cdot (\alpha_S - \alpha_R) - D_X \cdot (\alpha_X - \alpha_R)) \cdot \Delta t_A \\ \delta l_{TS} &= D_S \cdot \alpha_S \cdot \delta t_S \\ \delta l_{TX} &= D_X \cdot \alpha_X \cdot \delta t_X \\ \delta l_{TR} &= (D_S - D_X) \cdot \alpha_R \cdot \delta t_R\end{aligned}\quad (S13.3)$$

Na základě kalibračního listu seřizovacího kroužku a na základě údajů výrobců kalibrovaného kroužku a pravítka komparátoru lze předpokládat, že koeficient lineární teplotní roztažnosti leží v intervalu  $(11,5 \pm 1,0) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Použitím těchto hodnot a mezi pro teplotních kolísání, které jsou uvedené výše lze určit, že standardní nejistoty vztahující se ke čtyřem členům v součinu jsou  $u(\delta l_{TA}) = 0,012 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $u(\delta l_{TS}) = 0,053 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $u(\delta l_{TX}) = 0,12 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $u(\delta l_{TR}) = 0,066 \text{ } \mu\text{m}$ . Standardní nejistota, která se vztahuje ke kombinovaným teplotním korekcím se odvodí z těchto hodnot, přičemž se využije následujícího částečného přehledu nejistot:

| veličina        | odhad             | standardní nejistota | pravděpodobnostní rozdělení | citlivostní koeficient | příspěvek k nejistotě |
|-----------------|-------------------|----------------------|-----------------------------|------------------------|-----------------------|
| $X_i$           | $x_i$             | $u(x_i)$             |                             | $c_i$                  | $u_i(y)$              |
| $\delta l_{TA}$ | 0,0 $\mu\text{m}$ | 0,012 $\mu\text{m}$  | -                           | 1,0                    | 0,012 $\mu\text{m}$   |
| $\delta l_{TS}$ | 0,0 $\mu\text{m}$ | 0,053 $\mu\text{m}$  | -                           | 1,0                    | 0,053 $\mu\text{m}$   |
| $\delta l_{TX}$ | 0,0 $\mu\text{m}$ | 0,12 $\mu\text{m}$   | -                           | 1,0                    | 0,12 $\mu\text{m}$    |
| $\delta l_{TR}$ | 0,0 $\mu\text{m}$ | 0,066 $\mu\text{m}$  | -                           | 1,0                    | 0,066 $\mu\text{m}$   |
| $\delta l_T$    | 0,0 $\mu\text{m}$ |                      |                             |                        | 0,15 $\mu\text{m}$    |

### S13.6 Koaxiální korekce ( $\delta l_p$ )

Lze předpokládat, že odchylka od souososti dvou sférických sond a přímky měření leží v rozmezí  $\pm 20 \text{ } \mu\text{m}$ . Použitím rovnice uvedené v matematické poznámce (S13.13) lze zjistit, že pro korekci způsobenou možnou nesouosostí a pro příslušnou standardní nejistotu měření platí

$$\delta l_p = 2 \cdot \left( \frac{1}{D_X} - \frac{1}{D_S} \right) \cdot u^2(\delta c) \quad (S13.4)$$

$$u^2(\delta l_p) = \frac{16}{5} \cdot \left( \frac{1}{D_X^2} + \frac{1}{D_S^2} \right) \cdot u^4(\delta c) \quad (S13.5)$$

V těchto výrazech označuje  $\delta c$  malou vzdálenost mezi měřenou tětvou a středem kroužku. Pro hodnotu korekce a související standardní nejistotu měření dostáváme  $\delta l_p \cong -0,004 \text{ } \mu\text{m}$  a  $u(\delta l_p) \cong 0,0065 \text{ } \mu\text{m}$ . Tyto hodnoty jsou o dva řády menší, než ostatní příspěvky k nejistotě, což lze vidět v přehledu nejistot (S13.10). Jejich vliv za běžných podmínek měření tedy není zapotřebí brát v úvahu.

**S13.7 Korekce na elastickou deformaci ( $\delta l_E$ )**

Elastická deformace kalibrovaného kroužku, ani referenčního seřizovacího kroužku se v průběhu obvyklého měření neurčuje. Vlivy vyplývající z elastických deformací se odhadují na základě předchozích zkušeností. Předpokládají se v rozmezí  $\pm 0,03 \mu\text{m}$ .

**S13.8 Korekce Abbeovy chyby ( $\delta l_A$ )**

Konkrétní hodnoty Abbeovy chyby komparátoru se neurčují v průběhu obvyklého měření. Na základě předchozích zkušeností a z údajů periodického ověřování komparátoru lze však odhadnout, že vlivy způsobené Abbeovými chybami jsou v rozmezí  $\pm 0,02 \mu\text{m}$ .

**S13.9 Měření ( $\Delta l$ )**

Byla provedena níže uvedená pozorování vnitřního průměru jak neznámého, tak i seřizovacího kroužku.

| Číslo | Objekt                        | Pozorování   | Měřená veličina  |
|-------|-------------------------------|--|--|
| 1     | referenční seřizovací kroužek | 0<br>při tomto kroku byl displej komparátoru vynulován | průměr v jmenovitém směru v rovině symetrie kolmé k válcové ose  |
| 2     | kalibrovaný kroužek           | 49,99935 mm  | průměr v jmenovitém směru roviny symetrie kolmé k válcové ose  |
| 3     | kalibrovaný kroužek           | 49,99911 mm  | průměr v rovině symetrie kolmé k válcové ose, která je pootočená vzhledem k jmenovitému směru o + 1 mm na kružnici   |
| 4     | kalibrovaný kroužek           | 49,99972 mm  | průměr v rovině symetrie kolmé k válcové ose, která je pootočená vzhledem k jmenovitému směru o - 1 mm na kružnici   |
| 5     | kalibrovaný kroužek           | 49,99954 mm  | průměr v jmenovitém směru posunutém o 1 mm směrem nahoru do roviny rovnoběžné s rovinou symetrie kolmé k válcové ose |
| 6     | kalibrovaný kroužek           | 49,99996 mm  | průměr v jmenovitém směru posunutém o 1 mm směrem dolů do roviny rovnoběžné s rovinou symetrie kolmé k válcové ose   |

Pozorování lze rozdělit do dvou skupin: pozorování průměru seřizovacího kroužku (pozorování č. 1), které se používá k seřízení displeje komparátoru na nulu a pozorování průměru kalibrovaného kroužku (pozorování č. 2 až č. 6), která udávají rozdíl v průměrech:

aritmetický průměr:

$$\overline{\Delta l} = 49,999\ 54 \text{ mm}$$

směrodatná odchylka jednoho pozorování:  $s(\Delta l) = 0,33 \mu\text{m}$



směrodatná odchylka průměru:  $s(\overline{\Delta l}) = \frac{s(\Delta l)}{\sqrt{5}} = 0,15 \mu\text{m}$

Směrodatná odchylka jednoho pozorování  $s(\Delta l) = 0,18 \mu\text{m}$  bere v úvahu vlivy způsobené tvarovými odchylkami kalibrovaného kroužku a rovněž i vlivy opakovatelnosti komparátoru. Abychom získali standardní nejistotu měření vztahující se k pozorovanému průměrnému rozdílu v průměrech, musíme vzít v úvahu rovněž nejistotu vyplývající z vynulování displeje komparátoru. Tuto nejistotu lze odvodit z odhadu směrodatné odchylky  $s_p(0) = 0,25 \mu\text{m}$  velkého počtu dřívějších měření provedených za stejných podmínek. Výsledná standardní nejistota měření vztahující se k pozorovanému rozdílu průměrů je

$$u(\Delta l) = \sqrt{s^2(\overline{\Delta l}) + s_p^2(0)} = 0,30 \mu\text{m}$$

### S13.10 Přehled nejistot ( $d_X$ )

| veličina<br>$X_i$ | odhad<br>$x_i$ | standardní<br>nejistota<br>$u(x_i)$ | pravděpodobnostní<br>rozdělení | citlivostní<br>koeficient<br>$c_i$ | příspěvek<br>k nejistotě<br>$u_i(y)$ |
|-------------------|----------------|-------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| $d_S$             | 40,000 7 mm    | 0,10 $\mu\text{m}$                  | normální                       | 1,0                                | 0,10 $\mu\text{m}$                   |
| $\Delta l$        | 49,999 55 mm   | 0,30 $\mu\text{m}$                  | normální                       | 1,0                                | 0,30 $\mu\text{m}$                   |
| $\delta l_i$      | 0,0 mm         | 0,22 $\mu\text{m}$                  | rovnoměrné                     | 1,0                                | 0,22 $\mu\text{m}$                   |
| $\delta l_T$      | 0,0 mm         | 0,15 $\mu\text{m}$                  | normální                       | 1,0                                | 0,15 $\mu\text{m}$                   |
| $\delta l_P$      | 0,000 004 mm   | 0,0065 $\mu\text{m}$                | rovnoměrné                     | 1,0                                | 0,0065 $\mu\text{m}$                 |
| $\delta l_E$      | 0,0 mm         | 0,018 $\mu\text{m}$                 | rovnoměrné                     | 1,0                                | 0,018 $\mu\text{m}$                  |
| $\delta l_A$      | 0,0 mm         | 0,012 $\mu\text{m}$                 | rovnoměrné                     | 1,0                                | 0,012 $\mu\text{m}$                  |
| $d_X$             | 90,000 25 mm   |                                     |                                |                                    | 0,15 $\mu\text{m}$                   |

### S13.11 Rozšířená nejistota

$$U = k \cdot u(d_X) = 2 \cdot 0,433 \mu\text{m} \cong 0,9 \mu\text{m}$$

### S13.12 Uvedený výsledek

Průměr kroužkového kalibru je (90,000 3  $\pm$  0,000 9) mm.

Uvedená rozšířená nejistota měření je součinem standardní nejistoty měření a koeficientu rozšíření  $k = 2$ , což pro normální rozdělení odpovídá pravděpodobnosti pokrytí asi 95 %.

### S13.13 Matematická poznámka o nesouososti

Poněvadž nelze přesně seřadit kroužky do osy měření komparátoru, veličinou, kterou při měření určujeme je tětiva daného kroužku ležící v blízkosti průměru. Délka  $d'$  této tětivy, kterou při měření pozorujeme se vztahuje k průměru kroužku  $d$  podle vztahu

$$d' = d \cdot \cos(\delta\varphi) \cong d \cdot \left(1 - \frac{1}{2}(\delta\varphi)^2\right) \quad (\text{S13.6})$$

kde  $\delta\varphi$  je malý úhel, který doplňuje polovinu středového úhlu tětivy do  $\pi/2$ . Tento úhel se vztahuje k malé vzdálenosti  $\delta c$  tětivy od středu kroužku podle vztahu

$$\delta c = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \sin(\delta\varphi) \cong \frac{1}{2} \cdot d \cdot \delta\varphi \quad (\text{S13.7})$$

takže rovnici (S13.6) lze přepsat na tvar

$$d' \cong d - 2 \frac{(\delta c)^2}{D} \quad (\text{S13.8})$$

v němž průměr  $d$  kroužku ve jmenovateli zlomku byl nahrazen jmenovitým průměrem  $D$ , neboť čítec zlomku je již sám o sobě malý. Nejlepší odhad průměru získáme jestliže pro poslední vztah předpokládáme tvar

$$d' = d + 2 \frac{u^2(\delta c)}{D}$$

V tomto případě se vzalo v úvahu, že malá vzdálenost  $\delta c$  má očekávanou střední hodnotu nula. Je zapotřebí mít na zřeteli, že význam  $d$ ,  $d'$  a  $\delta c$  v rovnici (13.8) a v rovnici (S13.9) není identický, zatímco v rovnici (S13.8) tyto symboly představují nepřesně známé veličiny nebo náhodné veličiny, v rovnici (S13.9) představují střední hodnoty těchto veličin. Poněvadž rozptyl náhodné veličiny je roven střední hodnotě druhé mocniny jejich odchylek od příslušné střední hodnoty, lze s ohledem na rovnici (S13.8), pro druhou mocninu standardní nejistoty měření vztahující se k průměru kroužku psát

$$u^2(d) = u^2(d') + 4(\alpha - 1) \frac{u^4(\delta c)}{D^2} \quad (\text{S13.10})$$

kde

$$\alpha = \frac{u_4(\delta c)}{m_2^2(\delta c)}$$

je poměr centrálního momentu 4. řádu k druhé mocnině centrálního momentu 2. řádu malé vzdálenosti  $\delta c$ . Tento poměr závisí na předpokládaném rozdělení  $\delta c$ . Jestliže předpokládáme, že rozdělení  $\delta c$  je rovnoměrné, pak  $\alpha = 9/5$  a standardní nejistota měření vztahující se k průměru je vyjádřena vztahem

$$u^2(d) = u^2(d') + \frac{16}{5} \cdot \frac{u^4(\delta c)}{D^2}$$